

# **AULA 17**

# **ESTRUTURA DE DADOS**

---

**Árvores Binárias de Pesquisa**

**Norton T. Roman & Luciano A. Digiampietri**

# Árvores Binárias de Pesquisa

Para nossa árvore binária de pesquisa, veremos as seguintes funções:

Inicialização da árvore

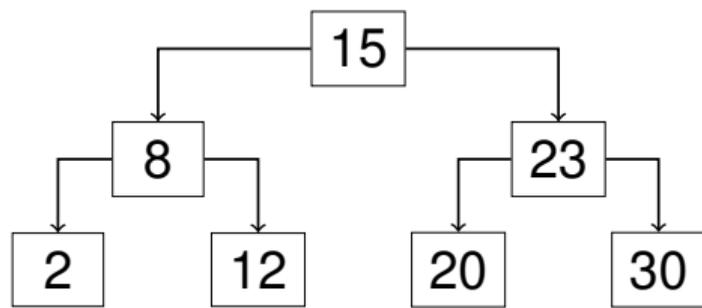
Inserção de um elemento

Busca de um elemento

Contagem do número de elementos

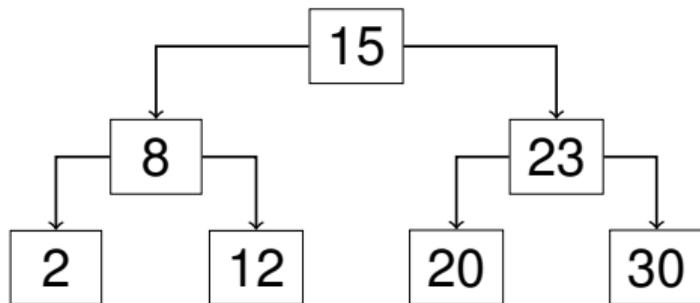
Leitura da árvore

Remoção de um elemento



# ABP – Busca

Em uma Árvore de Busca Binária, agimos como na busca binária em um arranjo. Ex: *contem(12)*



# ABP – Busca

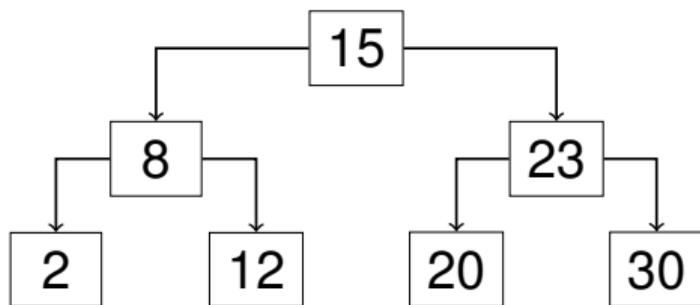
Em uma Árvore de Busca Binária, agimos como na busca binária em um arranjo. Ex: *contem(12)*

Primeiro olhamos a raiz:

Se for 12, achamos

Se for  $> 12$  olhamos na subárvore da esquerda

Senão olhamos na da direita



# ABP – Busca

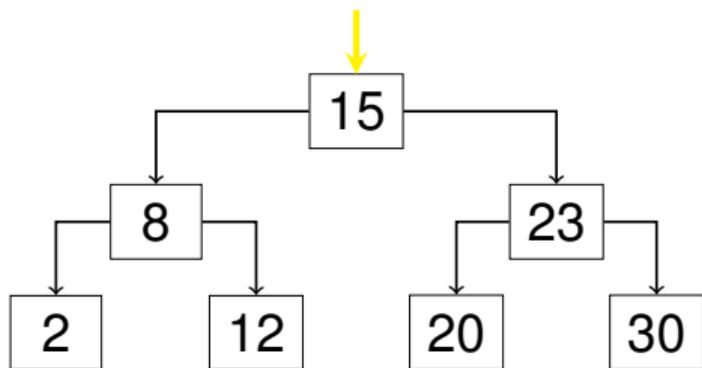
Em uma Árvore de Busca Binária, agimos como na busca binária em um arranjo. Ex: *contem(12)*

Primeiro olhamos a raiz:

Se for 12, achamos

Se for  $> 12$  olhamos na subárvore da esquerda

Senão olhamos na da direita



# ABP – Busca

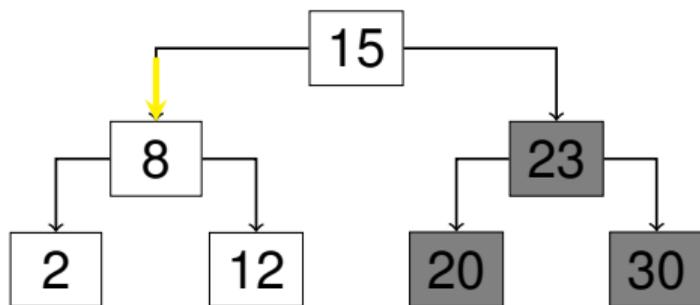
Em uma Árvore de Busca Binária, agimos como na busca binária em um arranjo. Ex: *contem(12)*

Primeiro olhamos a raiz:

Se for 12, achamos

Se for  $> 12$  olhamos na subárvore da esquerda

Senão olhamos na da direita



# ABP – Busca

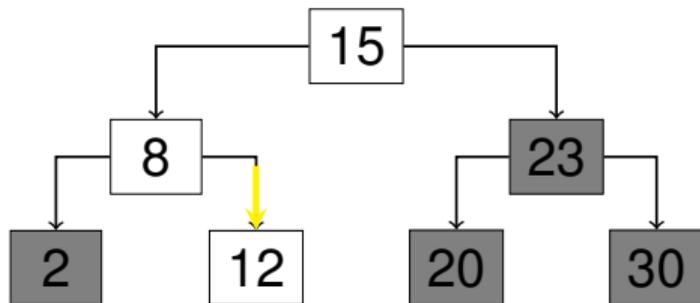
Em uma Árvore de Busca Binária, agimos como na busca binária em um arranjo. Ex: *contem(12)*

Primeiro olhamos a raiz:

Se for 12, achamos

Se for  $> 12$  olhamos na subárvore da esquerda

Senão olhamos na da direita



# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

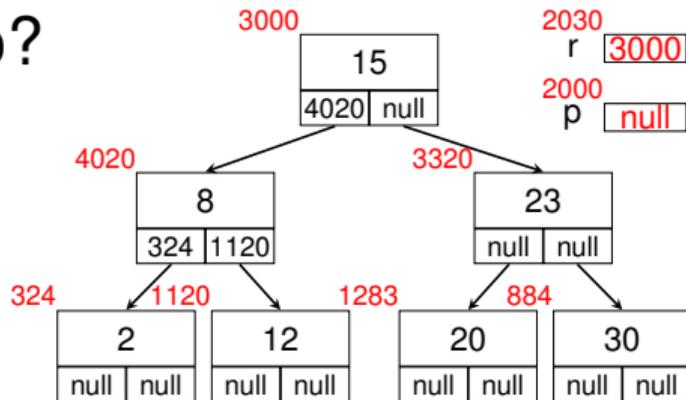
```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}

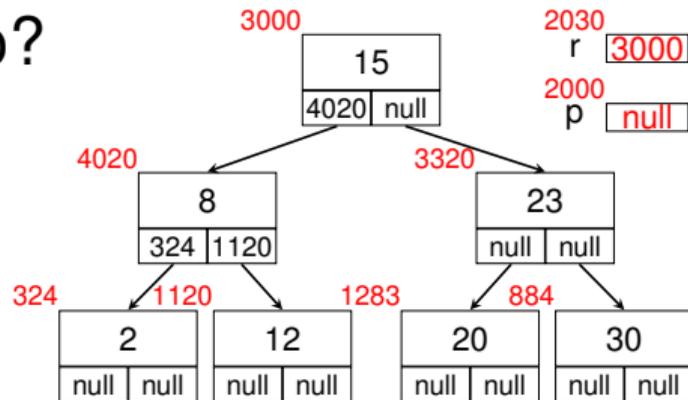
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```



# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```

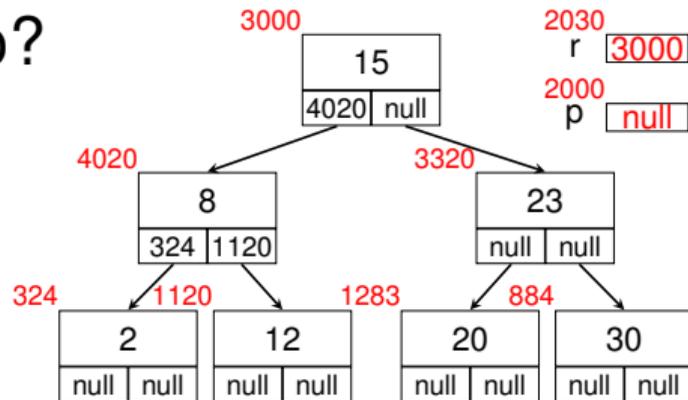


8302 ch 12 8320 raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

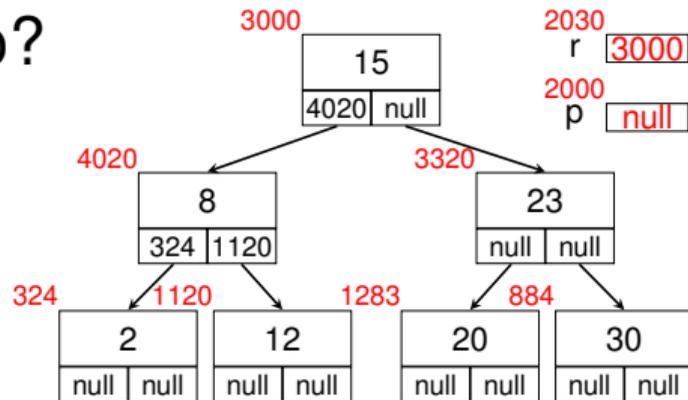


8302 ch 12 8320 raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

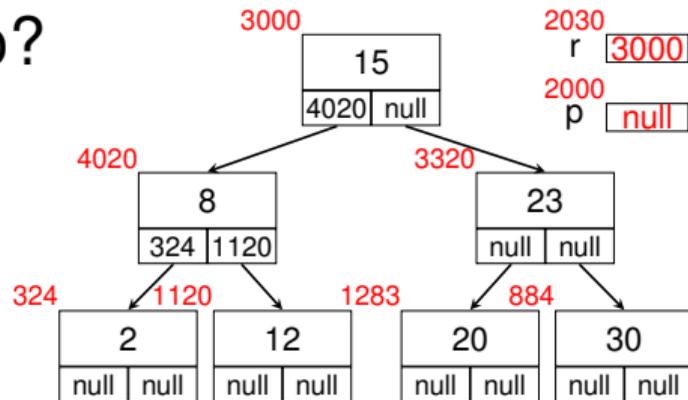


8302 ch 12 8320 raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```

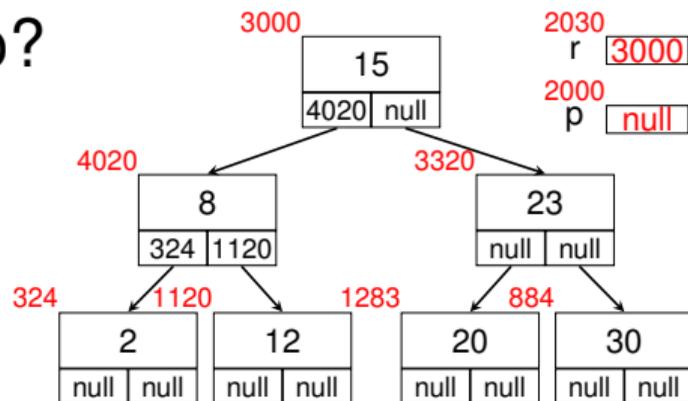


8302 ch 12 8320 raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

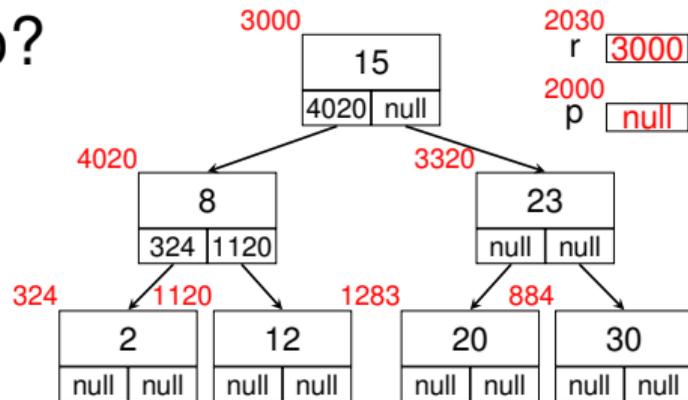
```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```



# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

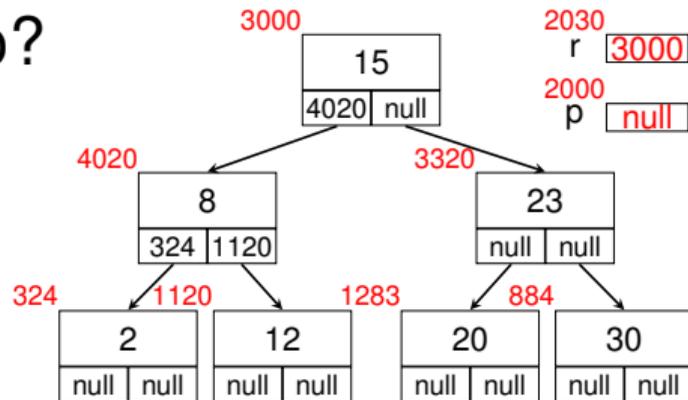


9405	ch	12	8223	raiz	4020
8302	ch	12	8320	raiz	3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

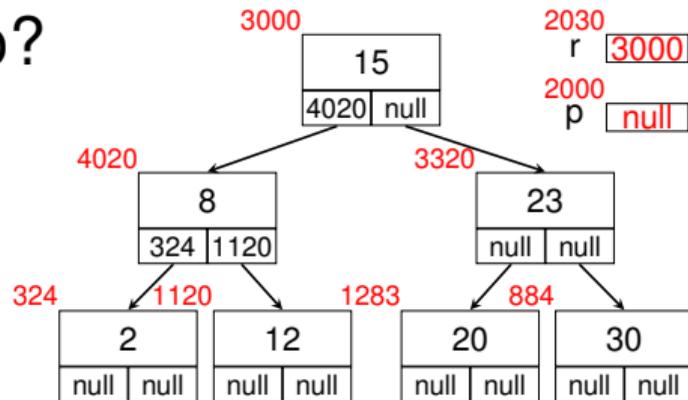


9405	8223
ch 12	raiz 4020
8302	8320
ch 12	raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```

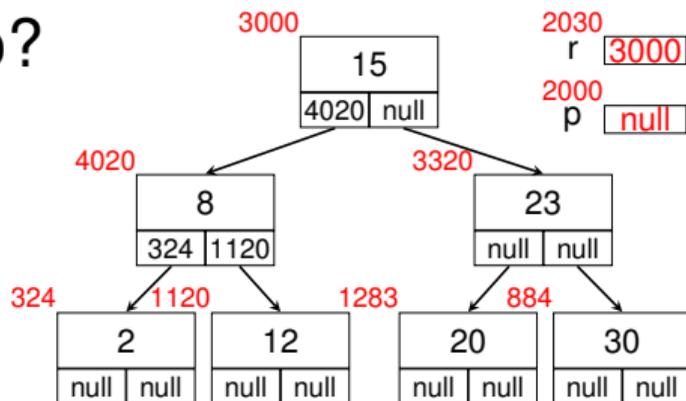


9405	ch	12	8223	raiz	4020
8302	ch	12	8320	raiz	3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```

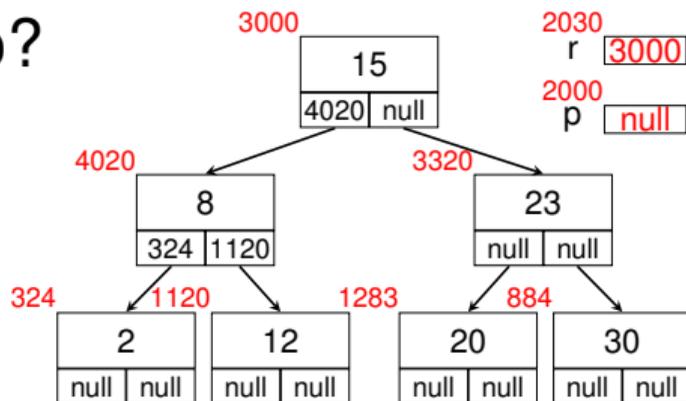


9088	8123
ch 12	raiz 1120
9405	8223
ch 12	raiz 4020
8302	8320
ch 12	raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```

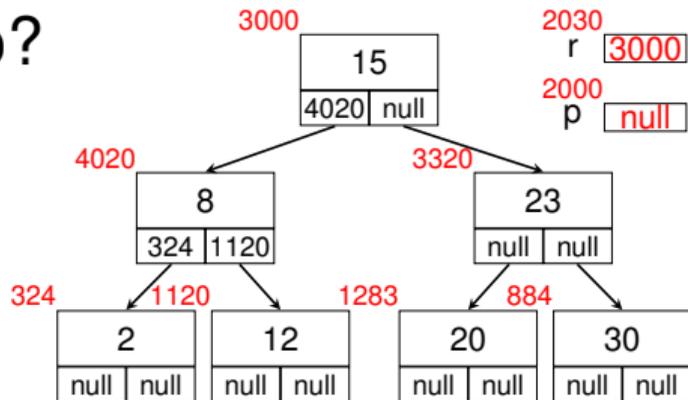


9088	ch	12	8123	raiz	1120
9405	ch	12	8223	raiz	4020
8302	ch	12	8320	raiz	3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

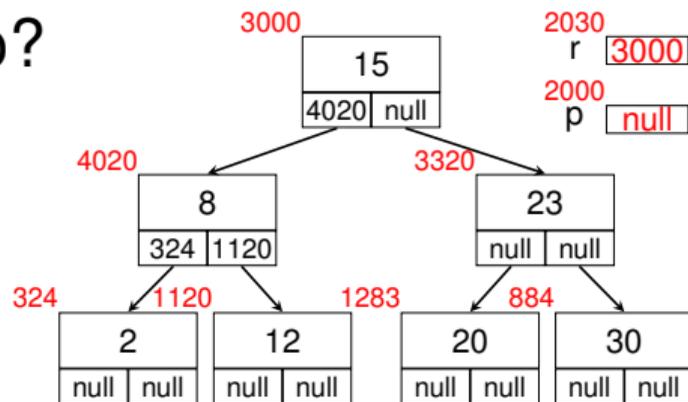


9088	8123
ch 12	raiz 1120
9405	8223
ch 12	raiz 4020
8302	8320
ch 12	raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```

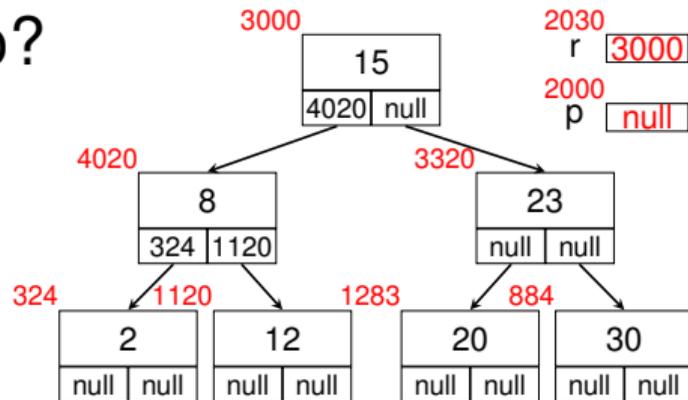


9088	8123
ch 12	raiz 1120
9405	8223
ch 12	raiz 4020
8302	8320
ch 12	raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

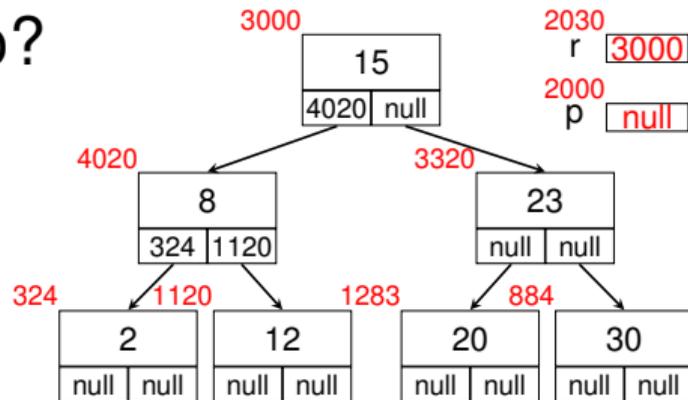
```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```



# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return(NULL);  
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);  
    if (raiz->chave > ch)  
        return(contem(ch,raiz->esq));  
    return(contem(ch,raiz->dir));  
}  
...  
int main(){  
    ...  
    PONT p = contem(12,r);  
}
```

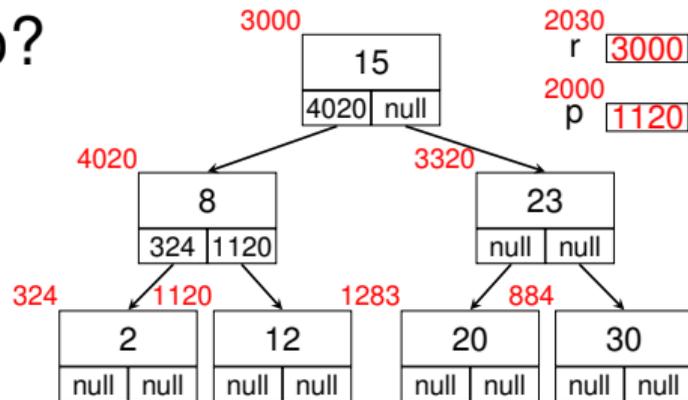


8302  
ch 12 raiz 3000

# ABP – Busca

E como fica o código para isso?

```
PONT contem(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
    if (raiz == NULL) return(NULL);
    if (raiz->chave == ch) return(raiz);
    if (raiz->chave > ch)
        return(contem(ch,raiz->esq));
    return(contem(ch,raiz->dir));
}
...
int main(){
    ...
    PONT p = contem(12,r);
}
```



# ABP – Contagem dos Elementos

Existem várias maneiras de se percorrer uma árvore binária, em geral envolvendo 3 elementos:

- O nó raiz

- A subárvore à esquerda de cada nó

- A subárvore à direita de cada nó

# ABP – Contagem dos Elementos

Algumas possibilidades são

Subárvore esquerda – raiz – subárvore direita

Subárvore direita – raiz – subárvore esquerda

Raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

...

# ABP – Contagem dos Elementos

Em relação a árvores binárias de pesquisa, uma ordem bastante útil é subárvore esquerda – raiz – subárvore direita

Também chamada de inorder traversal, varredura infixada, ou varredura central

Nessa varredura, os nós são visitados na ordem crescente das chaves de busca

# ABP – Contagem dos Elementos

Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

# ABP – Contagem dos Elementos

Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

# ABP – Contagem dos Elementos

Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à  
esquerda

# ABP – Contagem dos Elementos

Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à  
esquerda

Some a raiz

# ABP – Contagem dos Elementos

Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à  
esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita

# ABP – Contagem dos Elementos

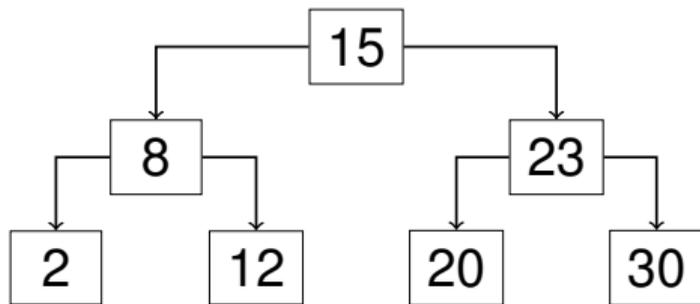
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 0

# ABP – Contagem dos Elementos

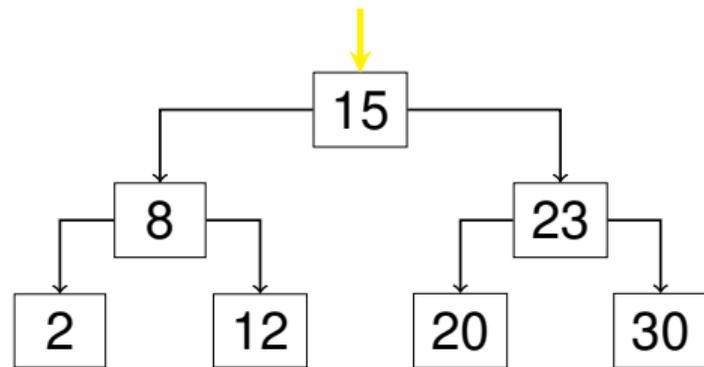
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 0

# ABP – Contagem dos Elementos

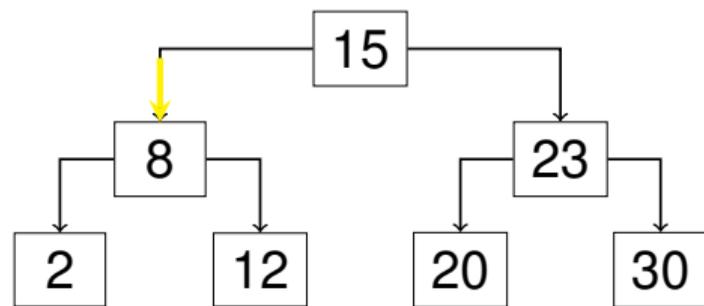
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 0

# ABP – Contagem dos Elementos

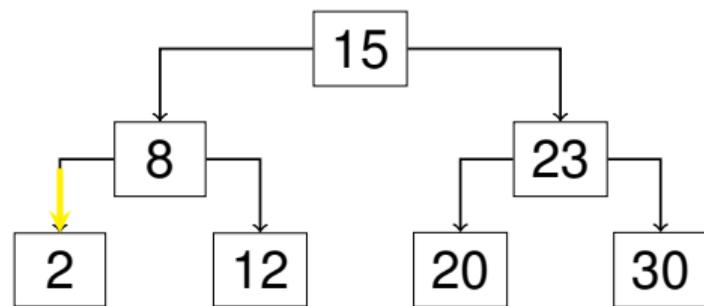
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 0

# ABP – Contagem dos Elementos

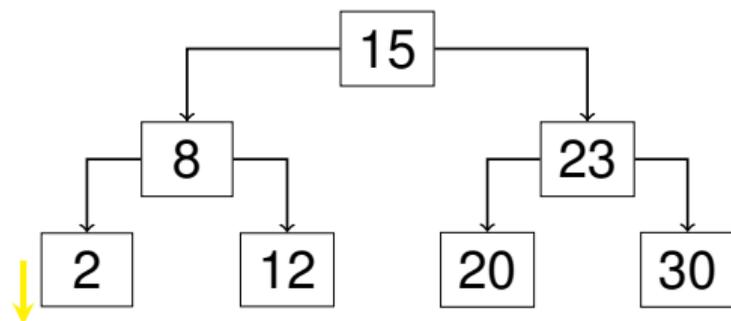
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 0

# ABP – Contagem dos Elementos

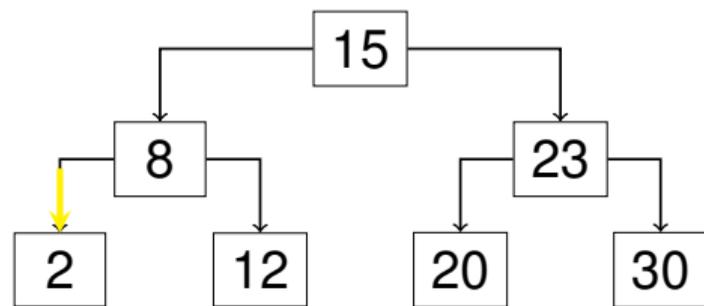
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 1

# ABP – Contagem dos Elementos

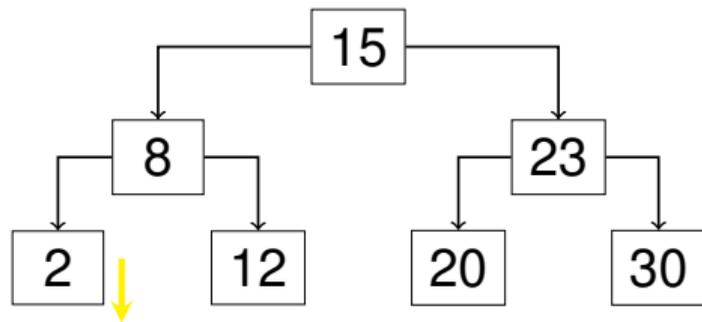
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 1

# ABP – Contagem dos Elementos

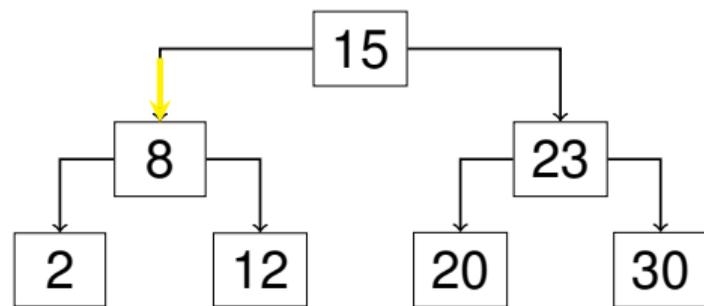
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 2

# ABP – Contagem dos Elementos

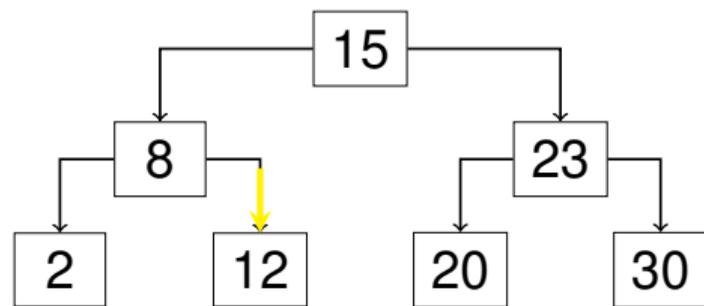
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 2

# ABP – Contagem dos Elementos

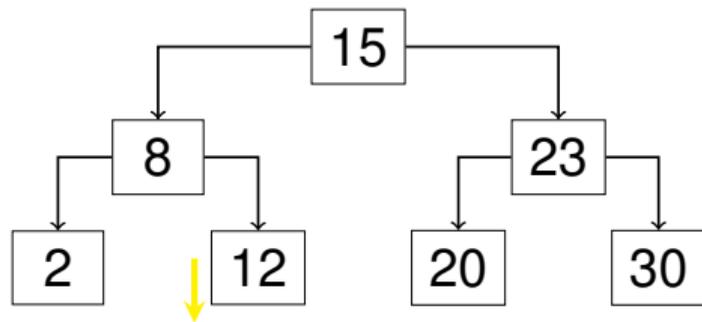
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 2

# ABP – Contagem dos Elementos

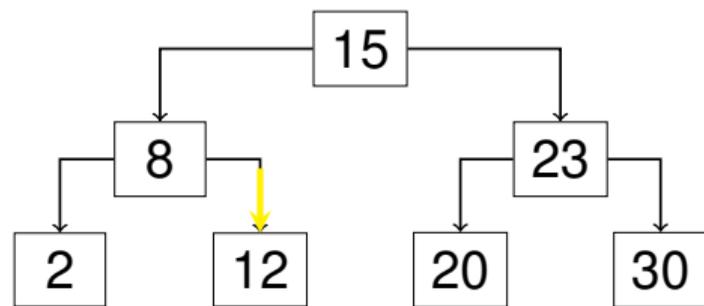
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 3

# ABP – Contagem dos Elementos

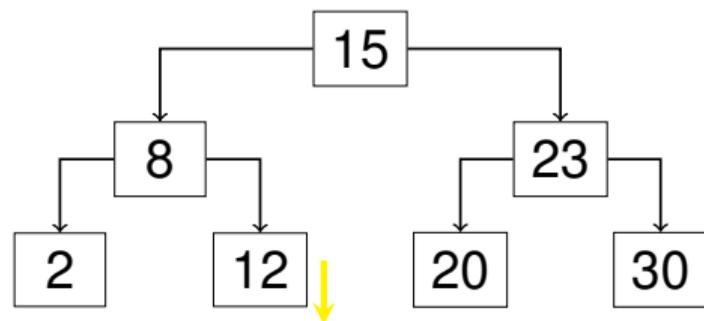
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 3

# ABP – Contagem dos Elementos

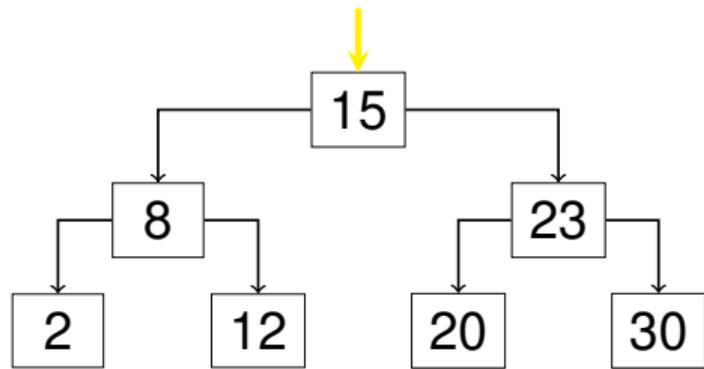
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 4

# ABP – Contagem dos Elementos

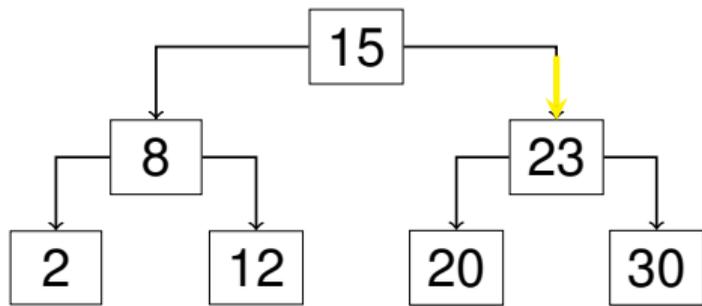
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 4

# ABP – Contagem dos Elementos

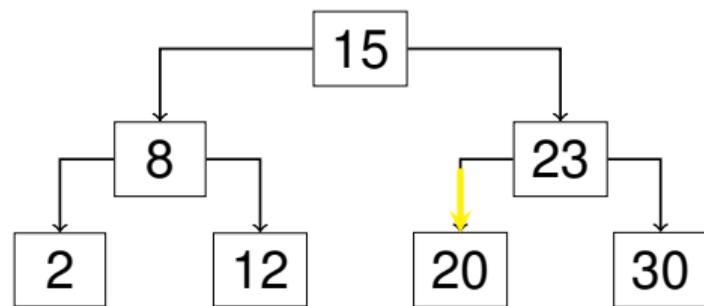
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 4

# ABP – Contagem dos Elementos

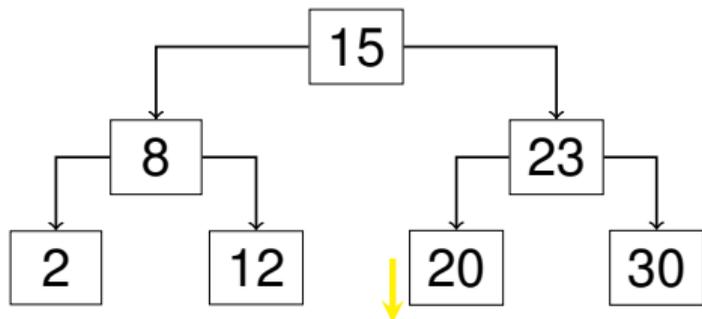
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 4

# ABP – Contagem dos Elementos

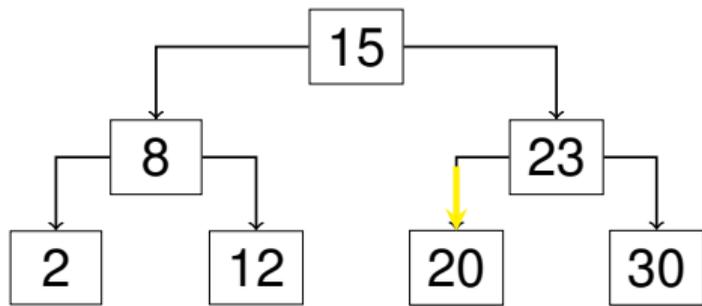
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 5

# ABP – Contagem dos Elementos

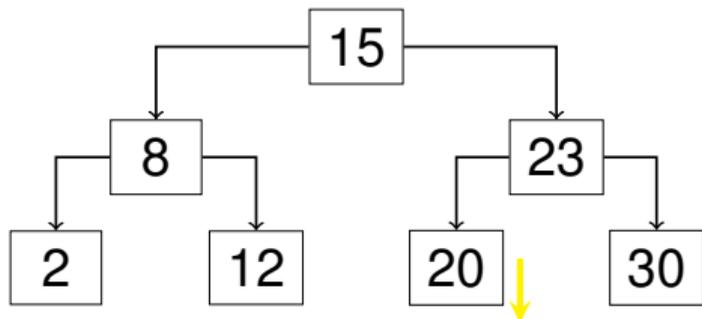
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 5

# ABP – Contagem dos Elementos

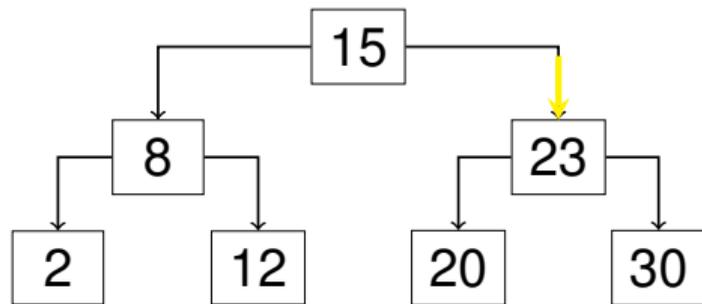
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 6

# ABP – Contagem dos Elementos

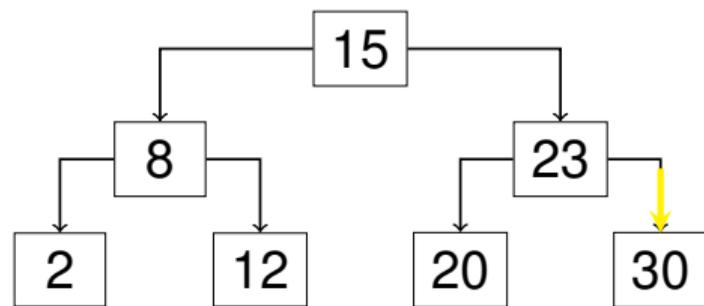
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 6

# ABP – Contagem dos Elementos

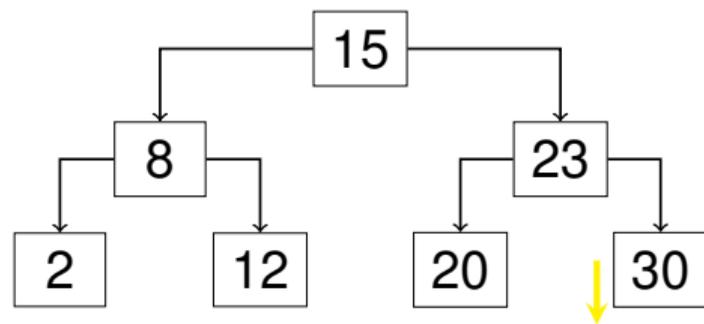
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 6

# ABP – Contagem dos Elementos

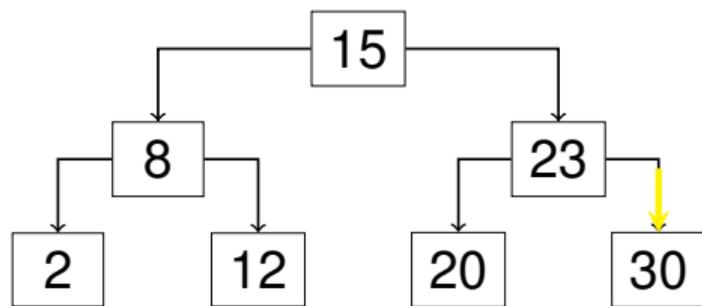
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

Some a subárvore à direita



Contador: 7

# ABP – Contagem dos Elementos

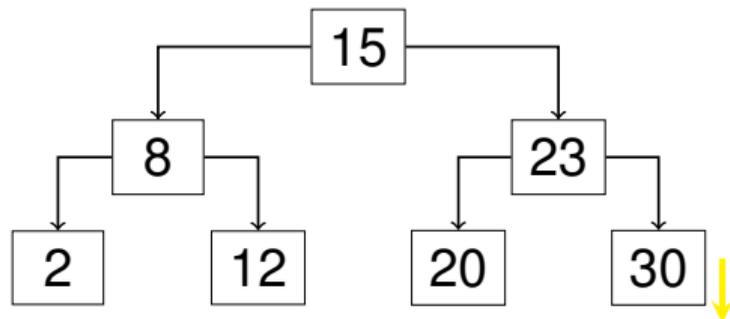
Vamos então contar o número ( $n$ ) de nós na árvore:

Se não houver raiz,  $n = 0$

Conte a subárvore à esquerda

Some a raiz

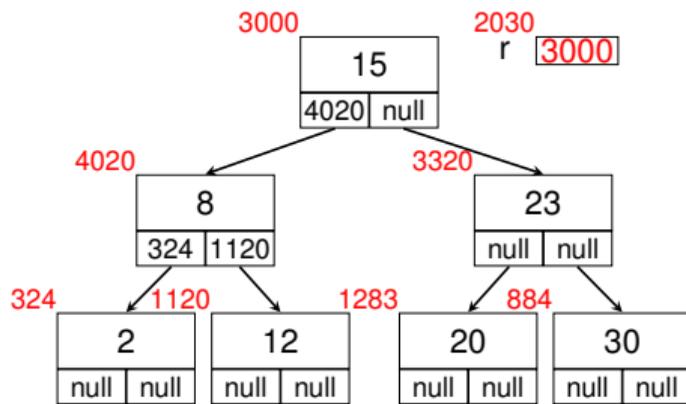
Some a subárvore à direita



Contador: 7

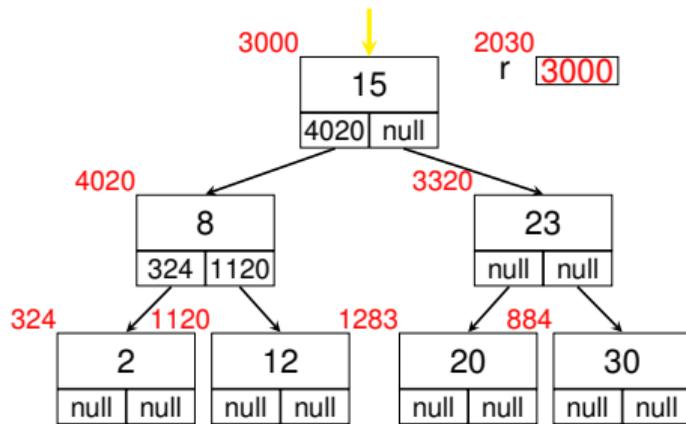
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



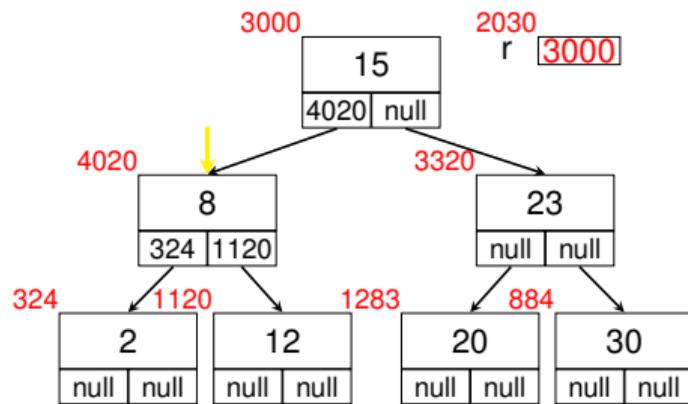
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



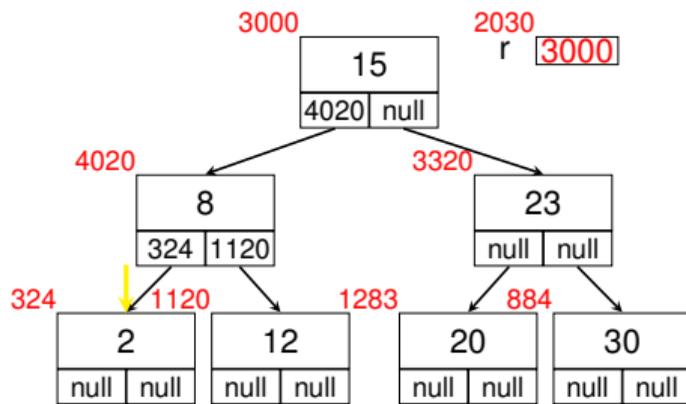
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



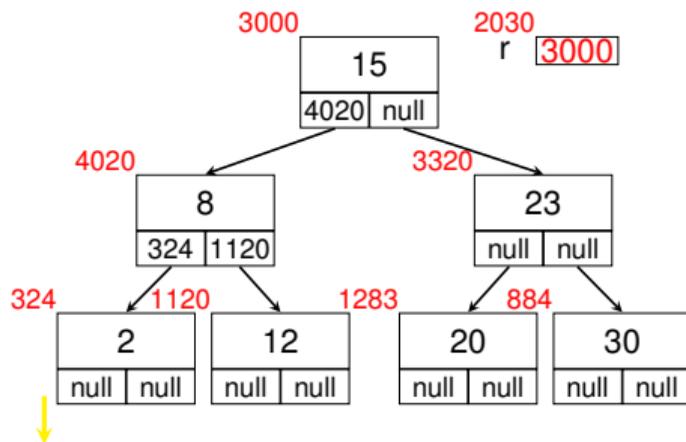
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



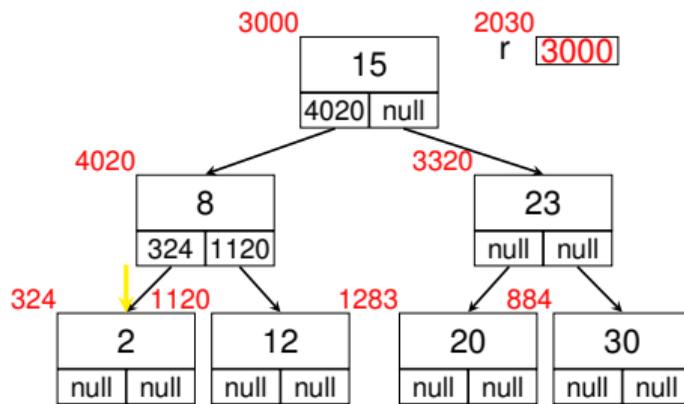
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



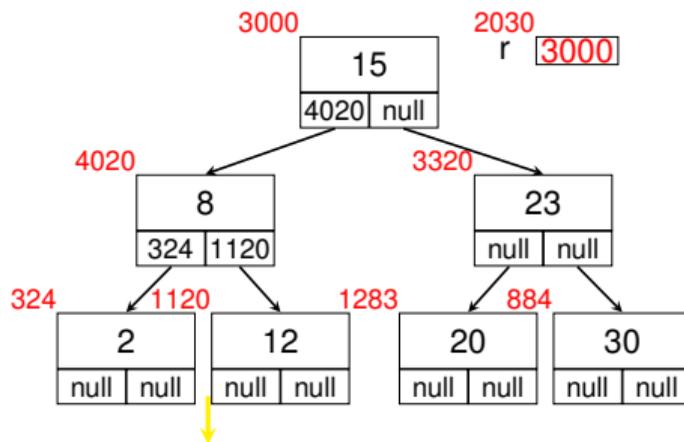
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



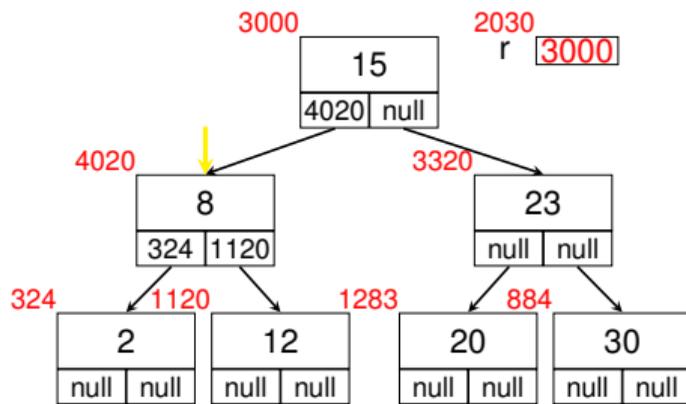
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



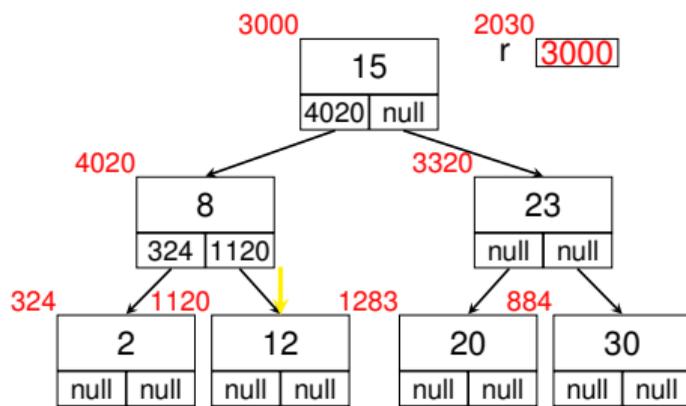
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



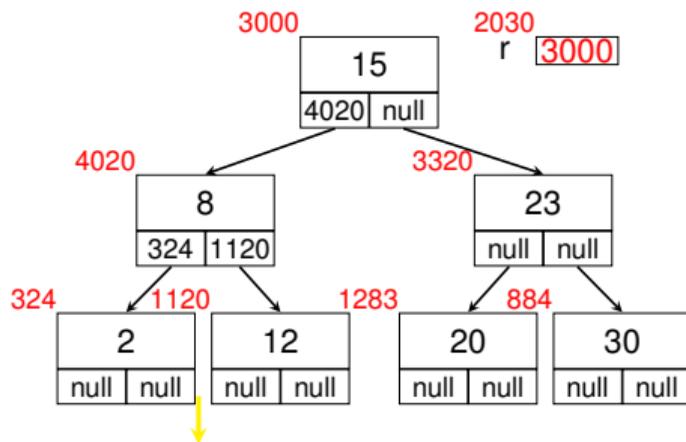
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



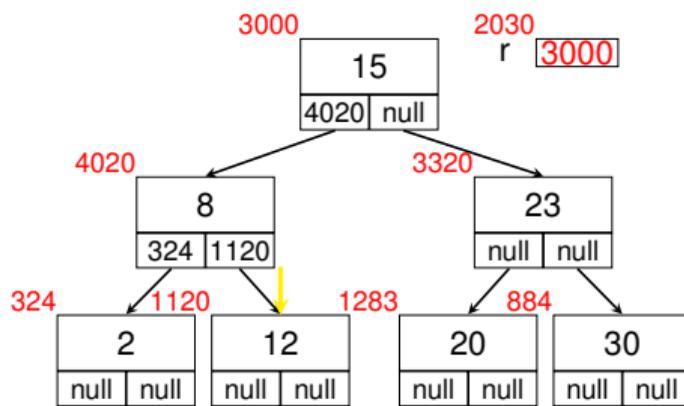
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



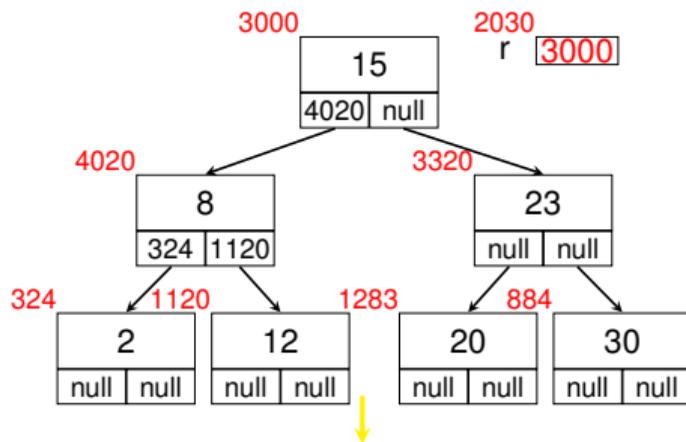
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



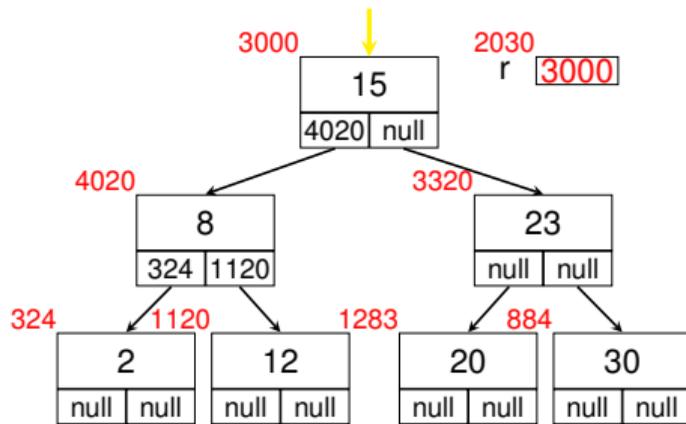
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



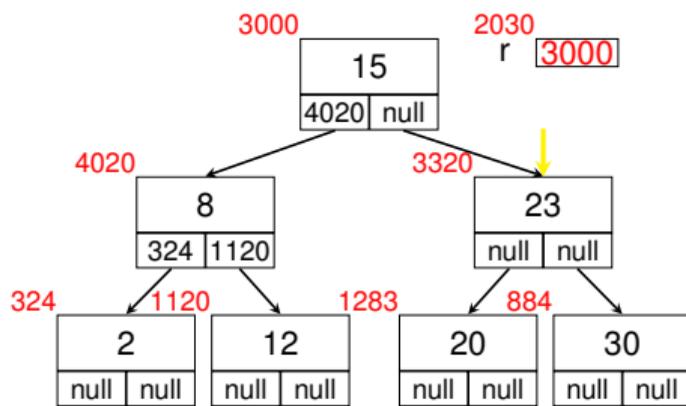
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



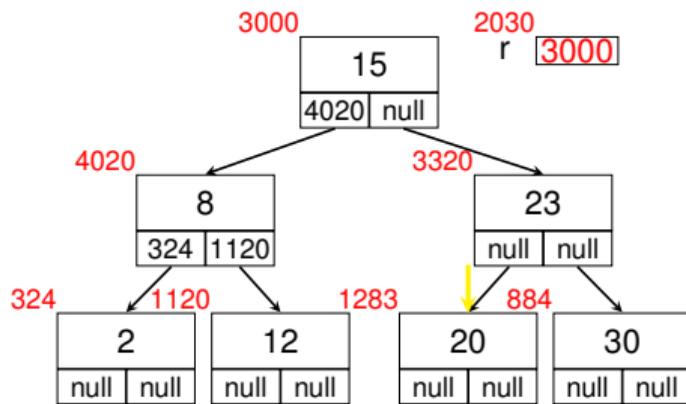
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



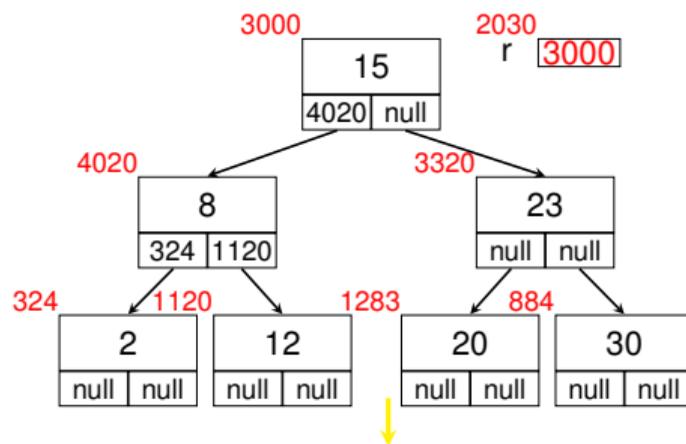
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



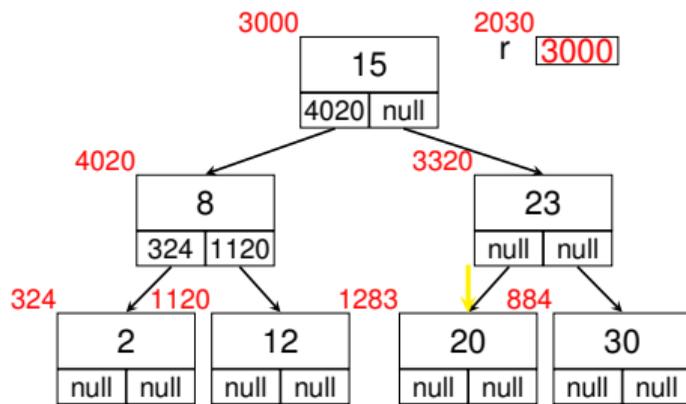
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



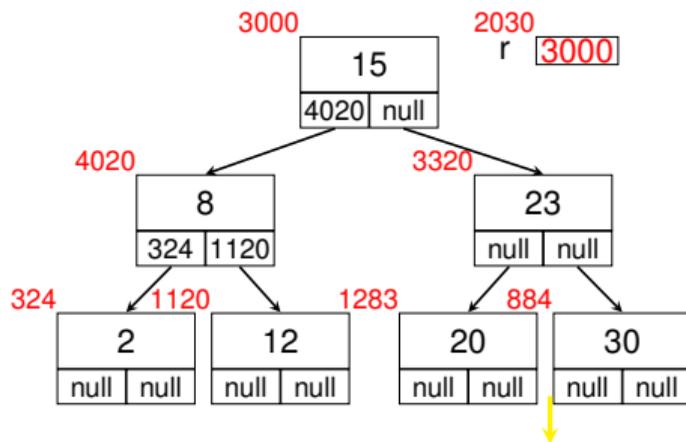
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



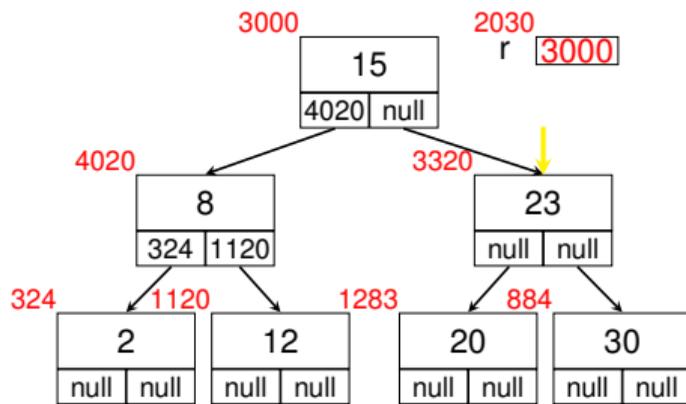
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



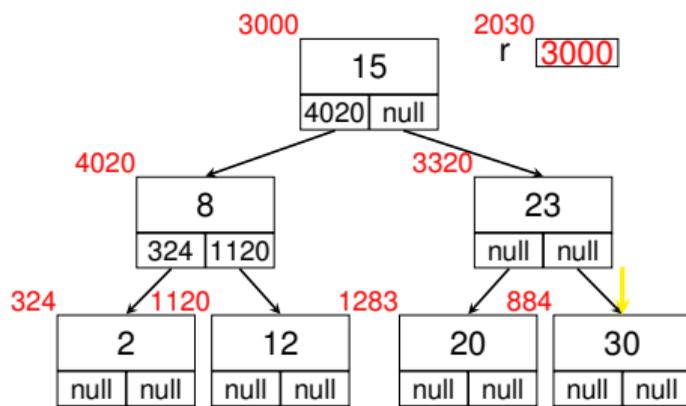
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



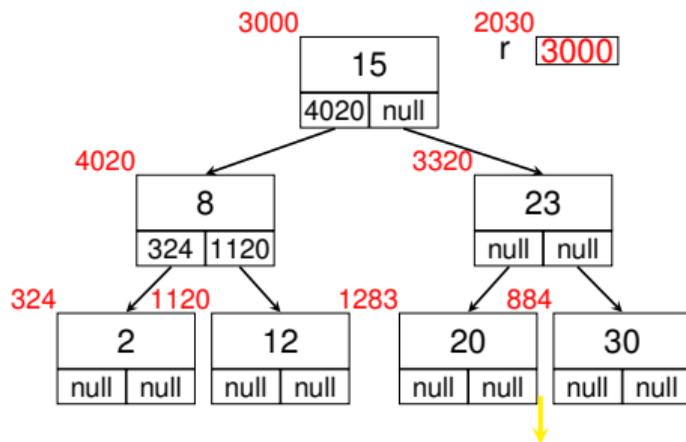
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



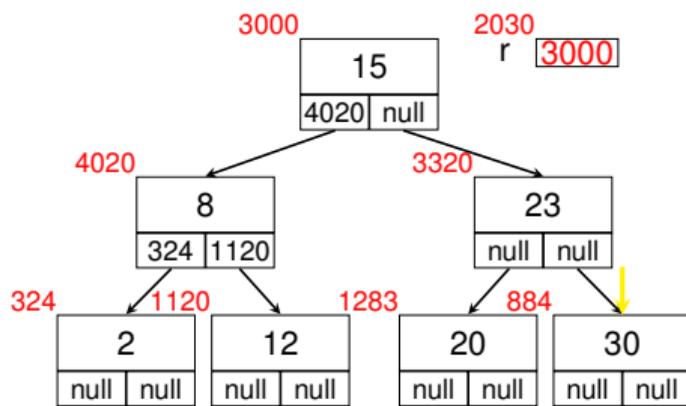
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



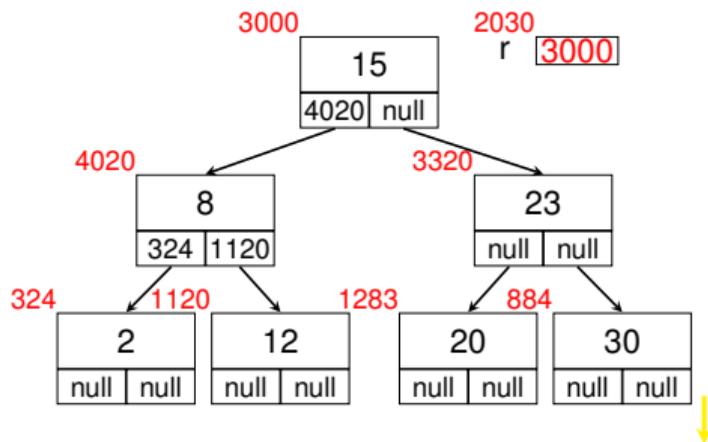
# ABP – Contagem dos Elementos

```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



# ABP – Contagem dos Elementos

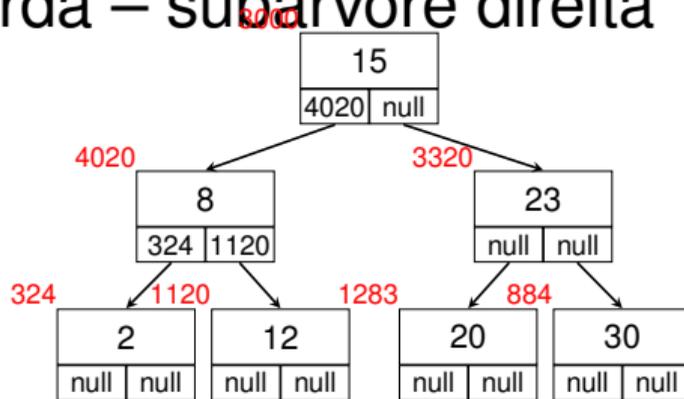
```
int numeroNos(PONT raiz){
    if (!raiz ) return 0;
    return(numeroNos(raiz->esq)
           + 1
           + numeroNos(raiz->dir));
}
...
int main(){
    PONT r = inicializa();
    ...
    printf("%d\n",numeroNos(r));
}
```



# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

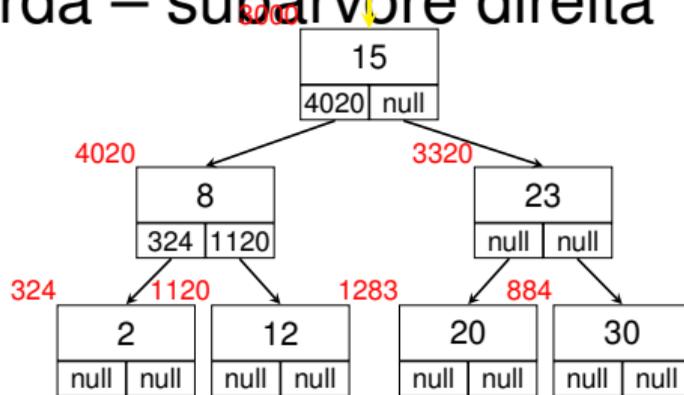


Saída:

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

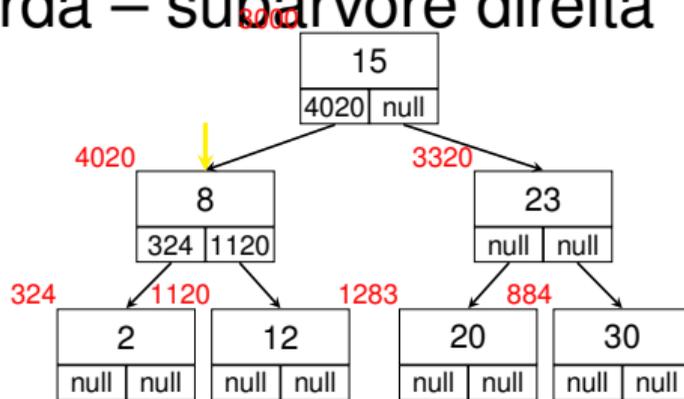


Saída: 15(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

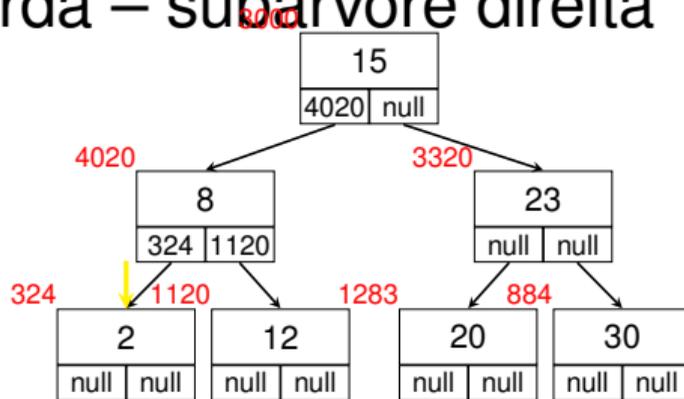


Saída: 15(8(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

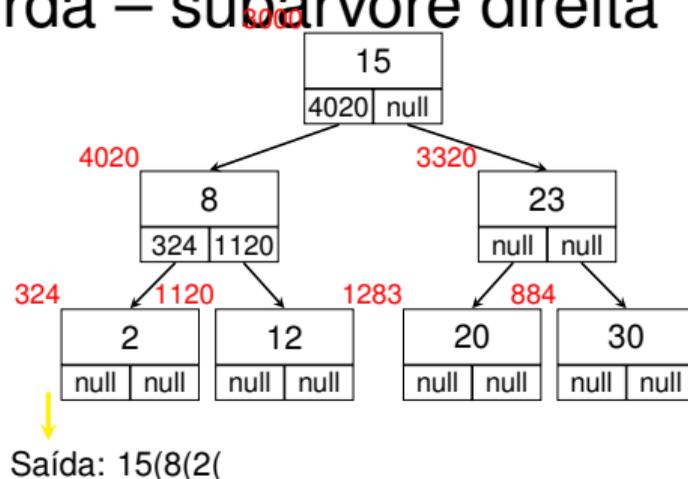


Saída: 15(8(2(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

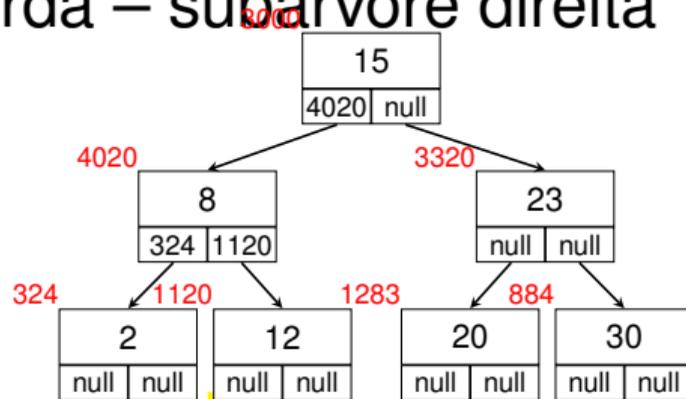
```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```



# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

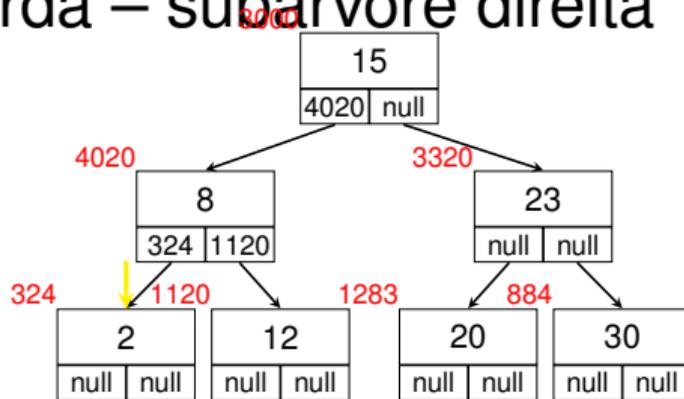


Saída: 15(8(2(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

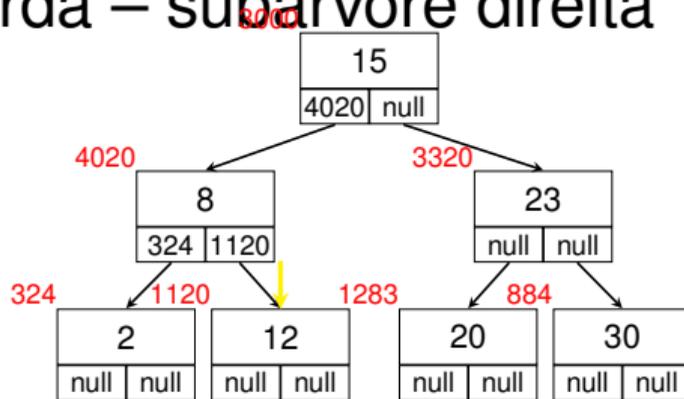


Saída: 15(8(2(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

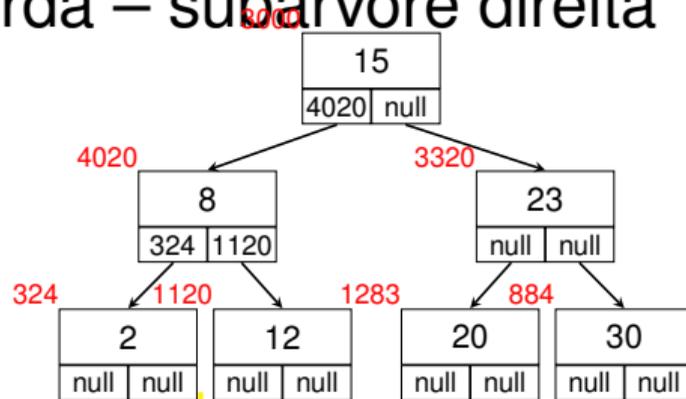


Saída: 15(8(2()12(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

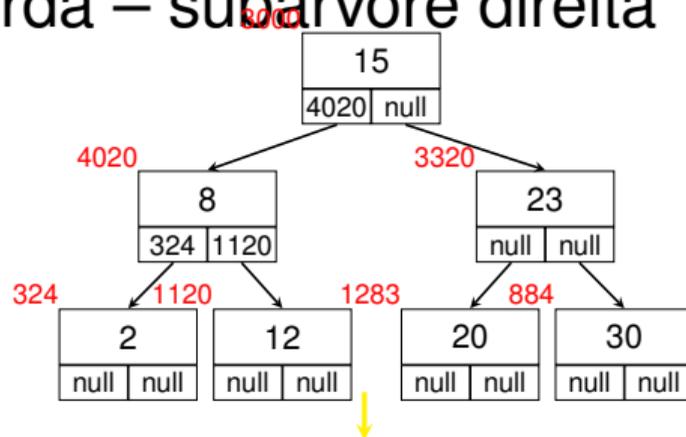


Saída: 15(8(2()12(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

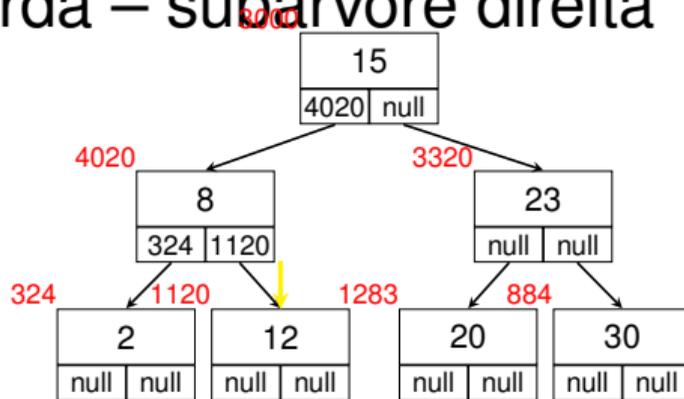


Saída: 15(8(2()12(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

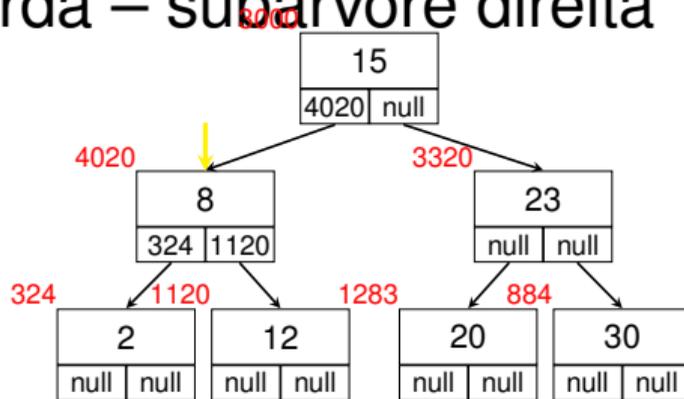


Saída: 15(8(2()12()

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

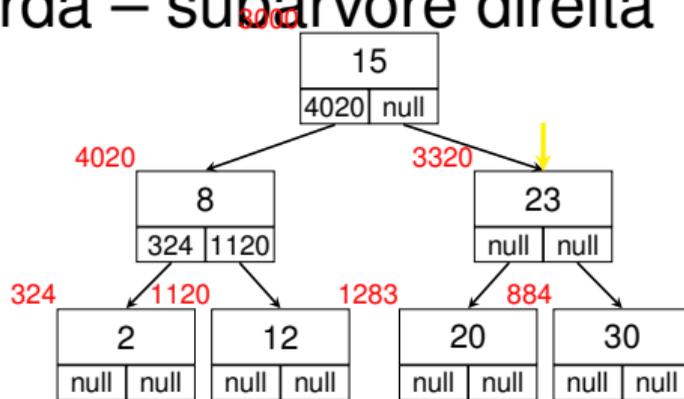


Saída: 15(8(2())12())

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

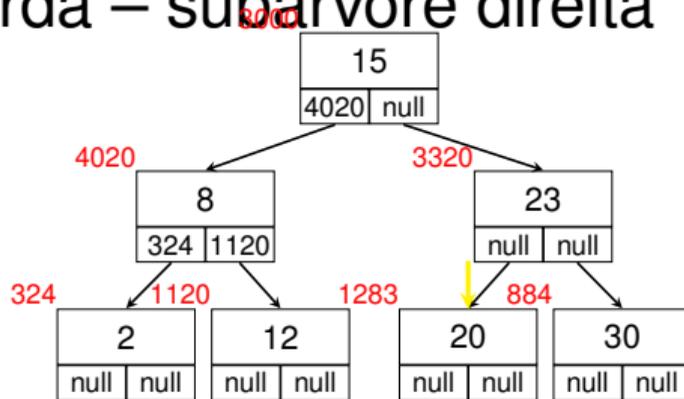


Saída: 15(8(2()12())23(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

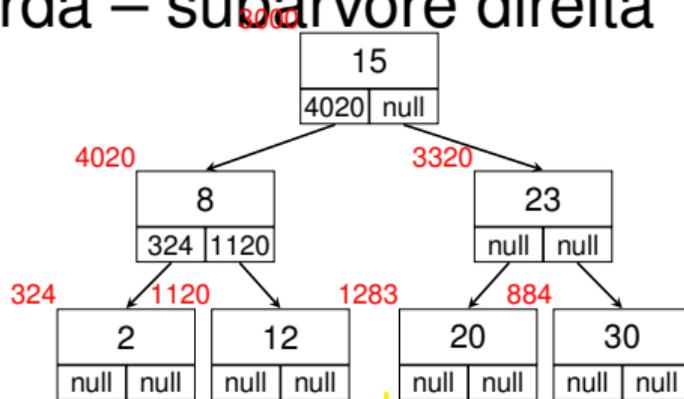


Saída: 15(8(2()12())23(20(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

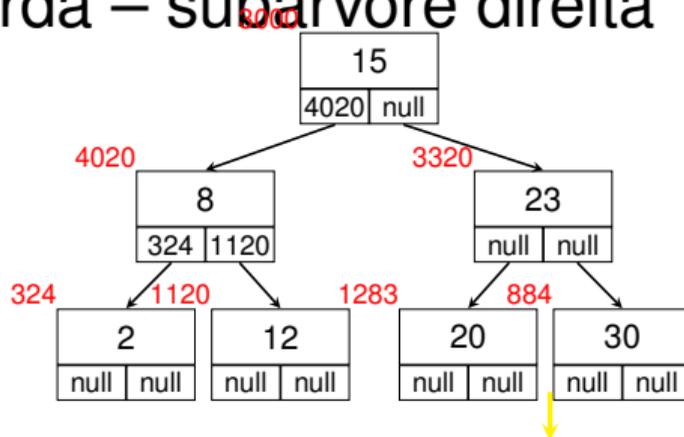


Saída: 15(8(2()12())23(20(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

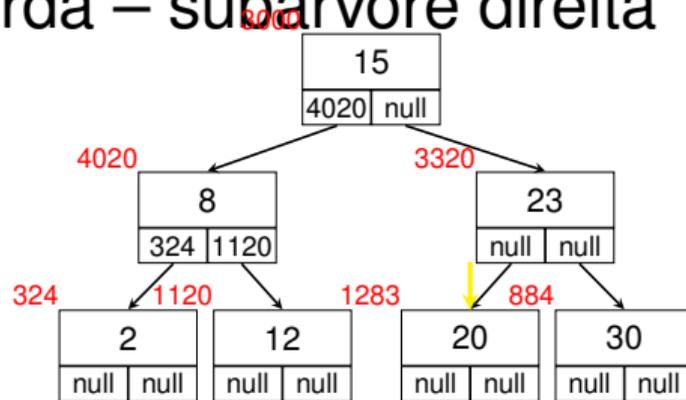


Saída: 15(8(2()12())23(20(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

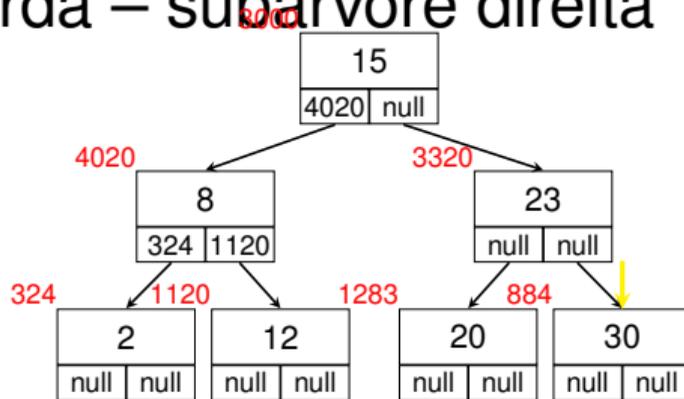


Saída: 15(8(2())12())23(20())

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

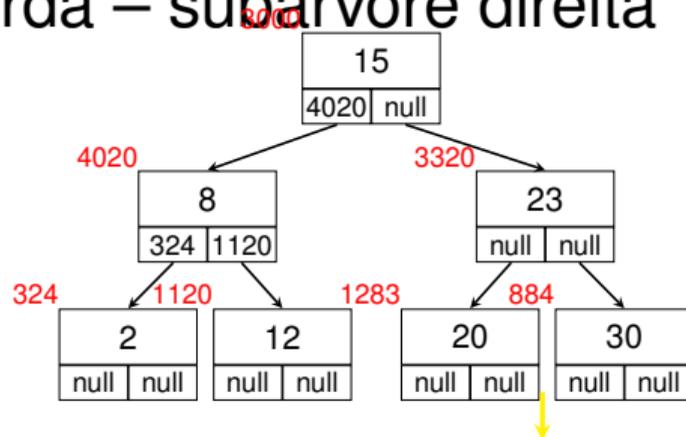


Saída: 15(8(2())12())23(20())30(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

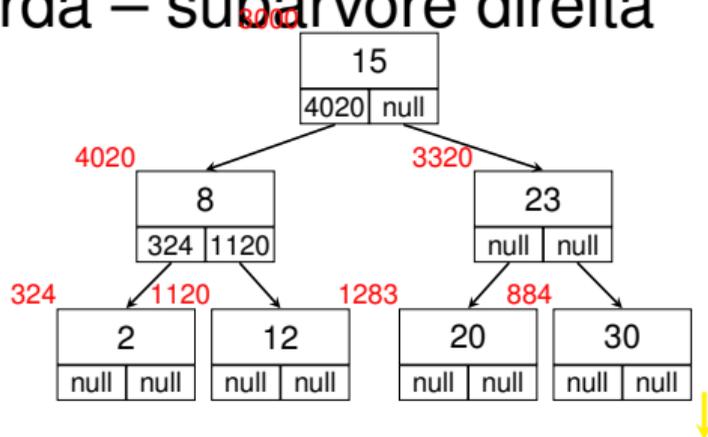


Saída: 15(8(2()12())23(20()30(

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){  
    if (raiz != NULL) {  
        printf("%i",raiz->chave);  
        printf("(");  
        exibirArvore(raiz->esq);  
        exibirArvore(raiz->dir);  
        printf(")");  
    }  
}
```

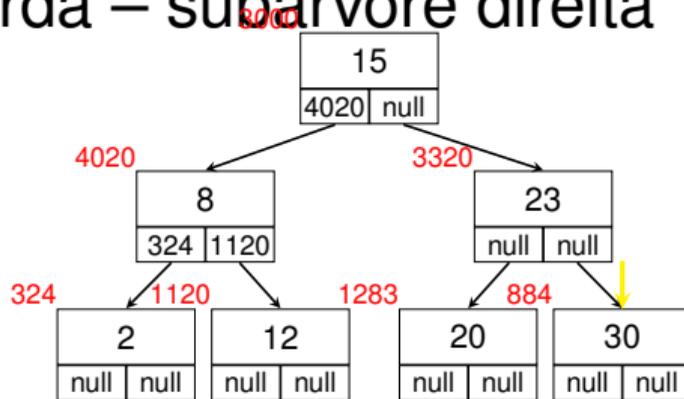


Saída: 15(8(2()12())23(20()30()

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

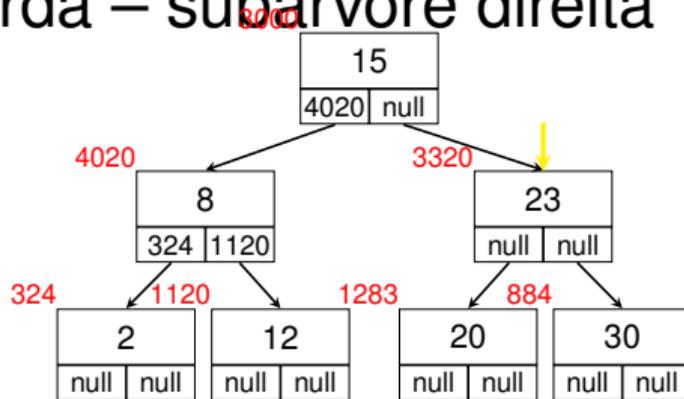


Saída: 15(8(2())12())23(20())30()

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```

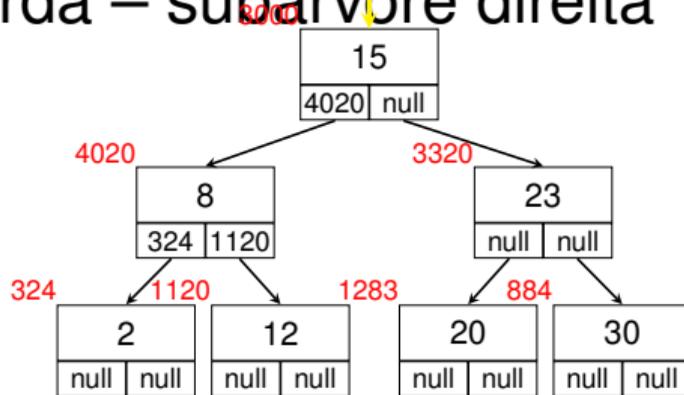


Saída: 15(8(2())12())23(20()30())

# ABP – Leitura

Para imprimir a árvore, pode ser conveniente usarmos a ordem raiz – subárvore esquerda – subárvore direita

```
void exibirArvore(PONT raiz){
    if (raiz != NULL) {
        printf("%i",raiz->chave);
        printf("(");
        exibirArvore(raiz->esq);
        exibirArvore(raiz->dir);
        printf(")");
    }
}
```



Saída: 15(8(2())12())23(20()30())

# Árvore Binária de Pesquisa

Note que, para qualquer procedimento, podemos usar qualquer nó da árvore como raiz

# Árvore Binária de Pesquisa

Note que, para qualquer procedimento, podemos usar qualquer nó da árvore como raiz

Podemos então contar nós ou imprimir qualquer subárvore

# Árvore Binária de Pesquisa

Note que, para qualquer procedimento, podemos usar qualquer nó da árvore como raiz

Podemos então contar nós ou imprimir qualquer subárvore

Só não podemos incluir e excluir nós sem ter começado da raiz. Do contrário poderemos perder a ordem dos nós

# **AULA 17**

# **ESTRUTURA DE DADOS**

---

**Árvores Binárias de Pesquisa**

**Norton T. Roman & Luciano A. Digiampietri**