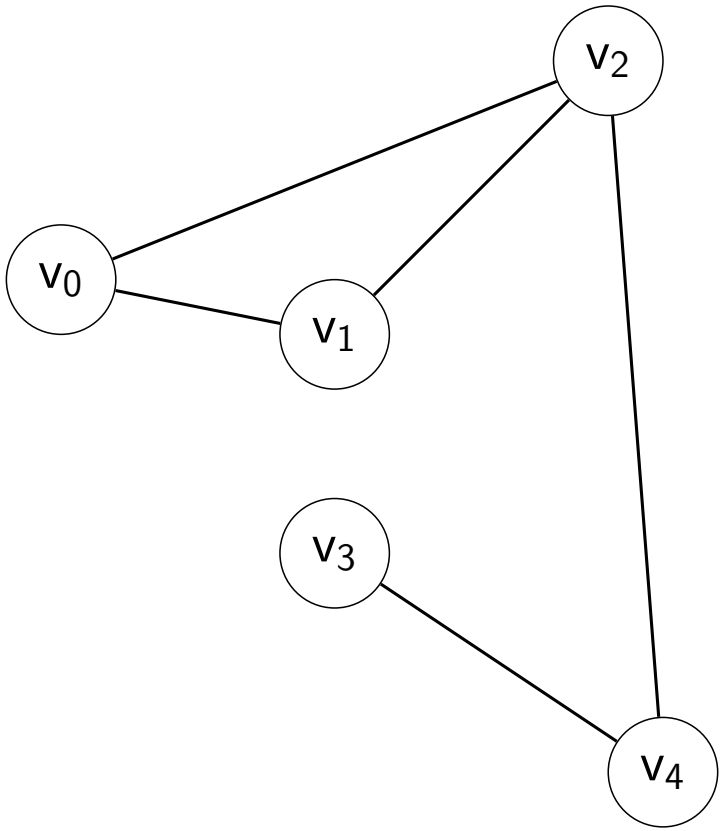
Algoritmos e Estruturas de Dados II
Aula 05 – Grafos: Listas de Adjacências (continuação)

Prof. Luciano A. Digiampietri
digiampietri@usp.br
@digiampietri

Grafos – Relembrando

- São representados como um conjunto de nós (vértices) conectados par a par por linhas (arestas)



Grafos - Relembrando

Podem ser representados utilizando:

- Matrizes de Adjacências
- **Listas de Adjacências com Pesos**

Listas de Adjacências com Pesos

Definiremos as estruturas de dados para representar um grafo, bem como algoritmos para:

- Inicializar um Grafo
- Imprimir um Grafo
- Liberar a Memória de um Grafo
- Inserir uma Aresta
- Remover uma Aresta
- Verificar se uma Aresta Existe
- Retornar o Número de Vértices
- Retornar o Número de Arestas
- Verifica se um Vértice Possui Vizinhos
- Retornar o Grau de um Vértice

Listas de Adjacências com Pesos

Definiremos as estruturas de dados para representar um grafo, bem como algoritmos para:

- Inicializar um Grafo
- Imprimir um Grafo
- Liberar a Memória de um Grafo
- Inserir uma Aresta
- Remover uma Aresta
- Verificar se uma Aresta Existe
- Retornar o Número de Vértices
- Retornar o Número de Arestas
- Verifica se um Vértice Possui Vizinhos
- Retornar o Grau de um Vértice

Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

- A representação usando listas de adjacências com pesos de um grafo com n vértices consiste de um arranjo de n listas ligadas, uma para cada vértice no grafo.

Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

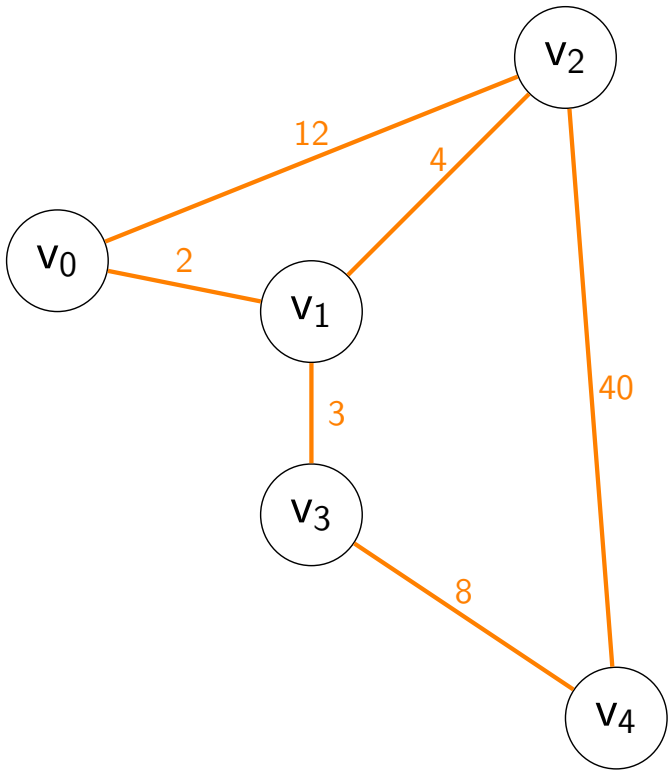
- A representação usando listas de adjacências com pesos de um grafo com n vértices consiste de um arranjo de n listas ligadas, uma para cada vértice no grafo.
  - Para cada vértice u, a lista contém todos os vizinhos de u, **incluindo o peso de cada aresta**
  - Ou seja, todos os vértices v_i para os quais existe uma aresta (u, v_i)

Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

Grafos Ponderados - pesos armazenados nos elementos das listas ligadas lista.

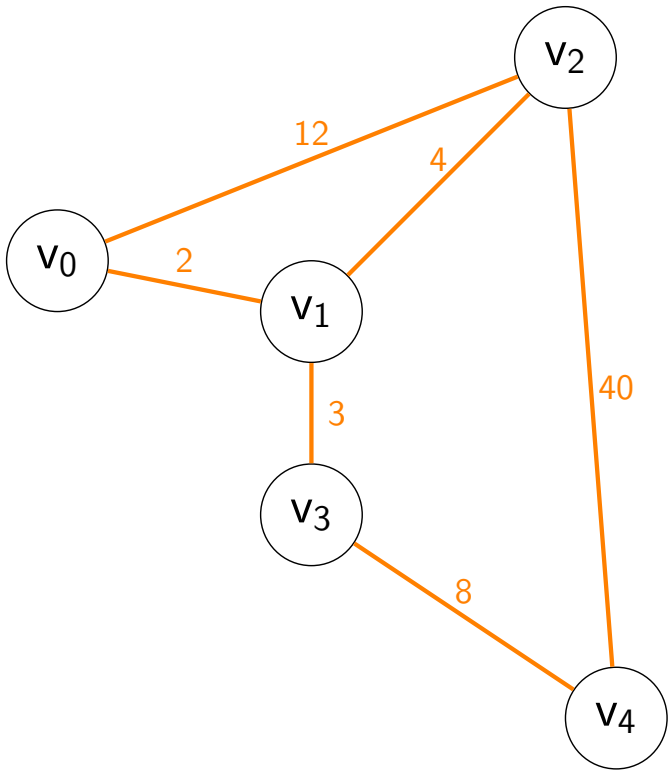
Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

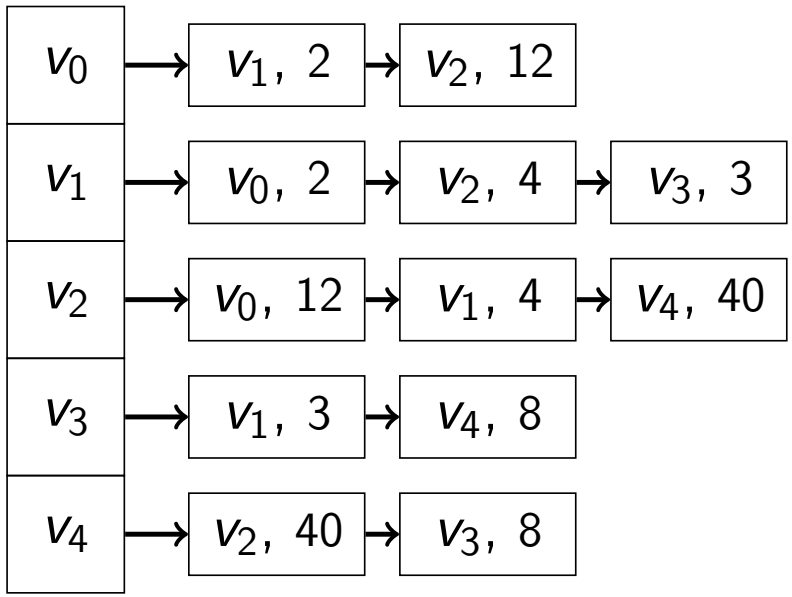
Grafos Ponderados - pesos armazenados nos elementos das listas ligadas lista.



Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

Grafos Ponderados - pesos armazenados nos elementos das listas ligadas lista.





Representação

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define true 1
#define false 0

typedef int bool;
typedef float Peso;
```

```
typedef struct aux{
  int vertice;
  Peso peso;
  struct aux* prox;
} ElemLista, *PONT;

typedef struct {
  int numVertices;
  int numArestas;
  ElemLista** A;
} Grafo;
```

Representação

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define true 1
#define false 0

typedef int bool;
typedef float Peso;
```

```
typedef struct aux{
  int vertice;
  Peso peso;
  struct aux* prox;
} ElemLista, *PONT;

typedef struct {
  int numVertices;
  int numArestas;
  ElemLista** A;
} Grafo;
```

Representação

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define true 1
#define false 0

typedef int bool;
typedef float Peso;
```

```
typedef struct aux{
  int vertice;
  Peso peso;
  struct aux* prox;
} ElemLista, *PONT;

typedef struct {
  int numVertices;
  int numArestas;
  ElemLista** A;
} Grafo;
```

Representação

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define true 1
#define false 0

typedef int bool;
typedef float Peso;
```

```
typedef struct aux{
  int vertice;
  Peso peso;
  struct aux* prox;
} ElemLista, *PONT;

typedef struct {
  int numVertices;
  int numArestas;
  ElemLista** A;
} Grafo;
```

Representação

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define true 1
#define false 0

typedef int bool;
typedef float Peso;
```

```
typedef struct aux{
  int vertice;
  Peso peso;
  struct aux* prox;
} ElemLista, *PONT;

typedef struct {
  int numVertices;
  int numArestas;
  ElemLista** A;
} Grafo;
```

Representação

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define true 1
#define false 0

typedef int bool;
typedef float Peso;
```

```
typedef struct aux{
  int vertice;
  Peso peso;
  struct aux* prox;
} ElemLista, *PONT;

typedef struct {
  int numVertices;
  int numArestas;
  ElemLista** A;
} Grafo;
```

Inicialização

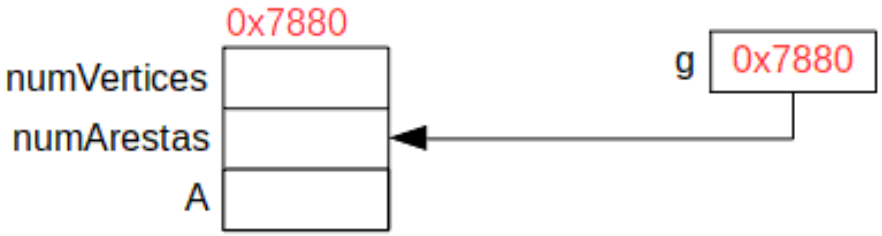
```
bool inicializaGrafo(Grafo* g, int vertices){



}
```

Inicialização

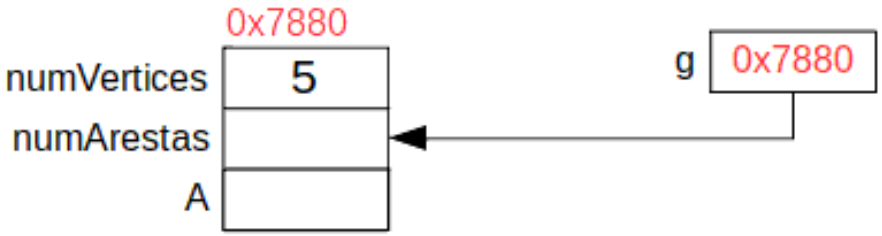
```
bool inicializaGrafo(Grafo* g, int vertices){
  if (g==NULL || vertices<1) return false;
  g->numVertices = vertices;
  g->numArestas = 0;
  g->A=(ElemLista**)malloc(sizeof(ElemLista*)*vertices);
  int x;
  for (x=0; x<vertices; x++){
    g->A[x] = NULL;
  }
  return true;
}
```

$O(V)$

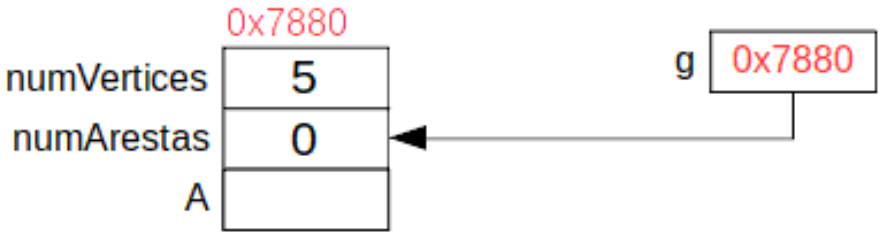
Inicialização



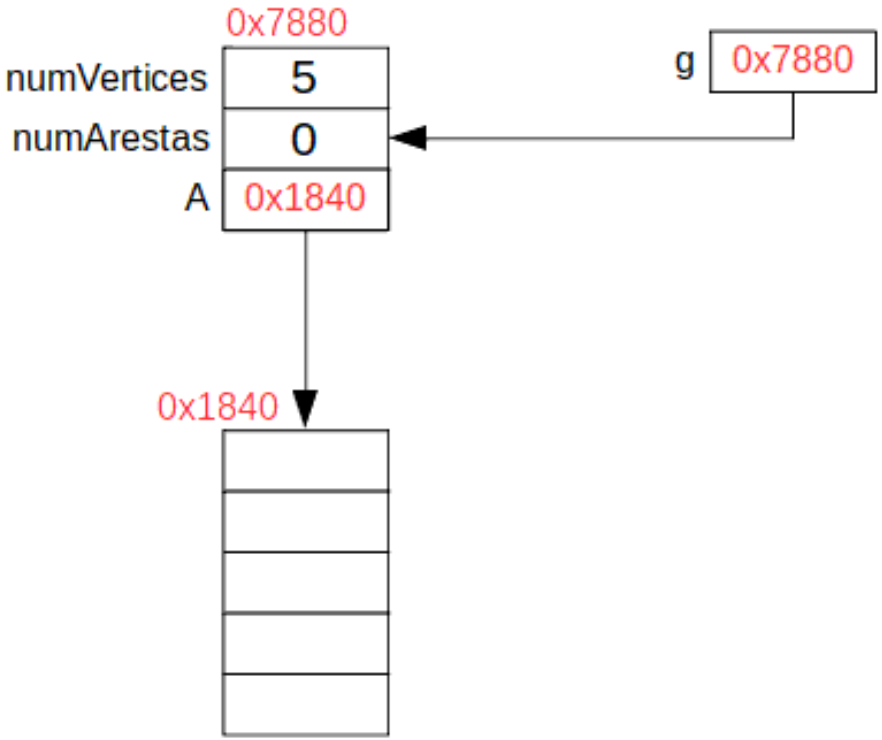
Inicialização



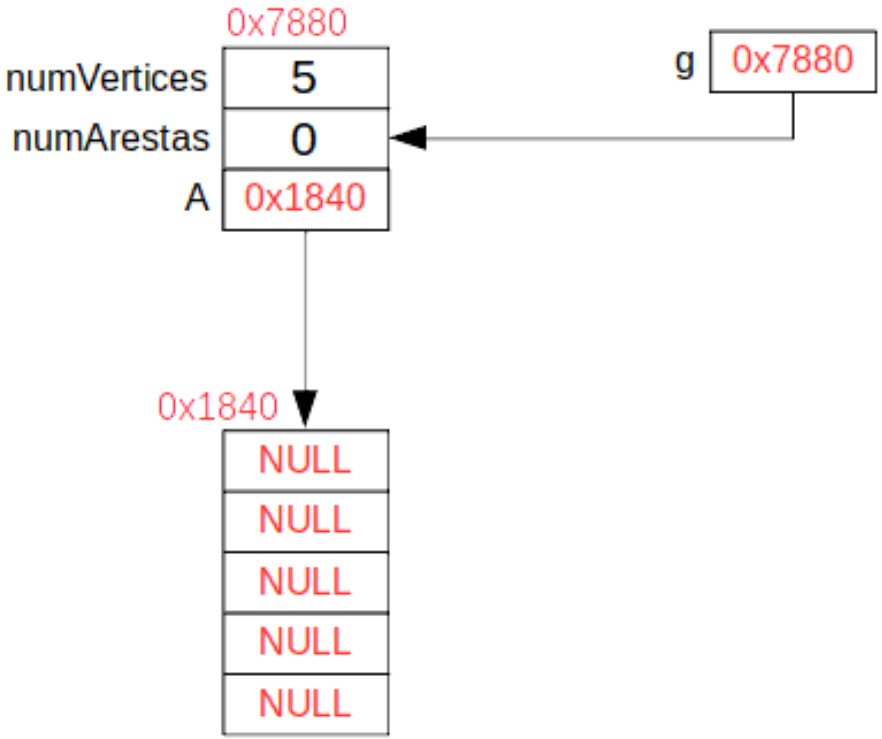
Inicialização



Inicialização



Inicialização



Imprimindo um Grafo

```
void exibeGrafo(Grafo* g){



}
```

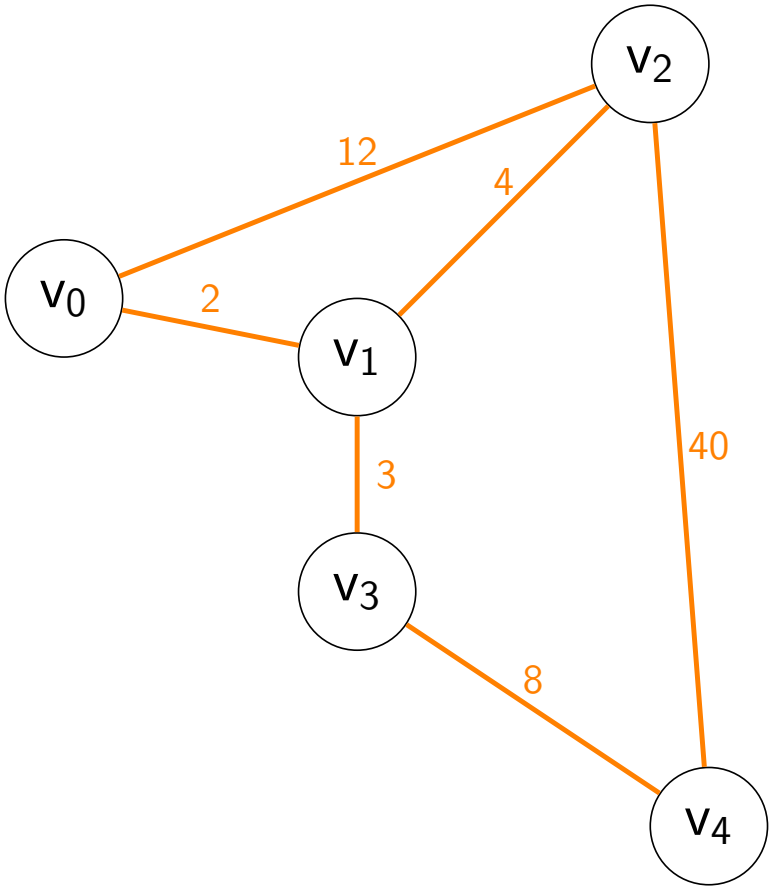
Imprimindo um Grafo

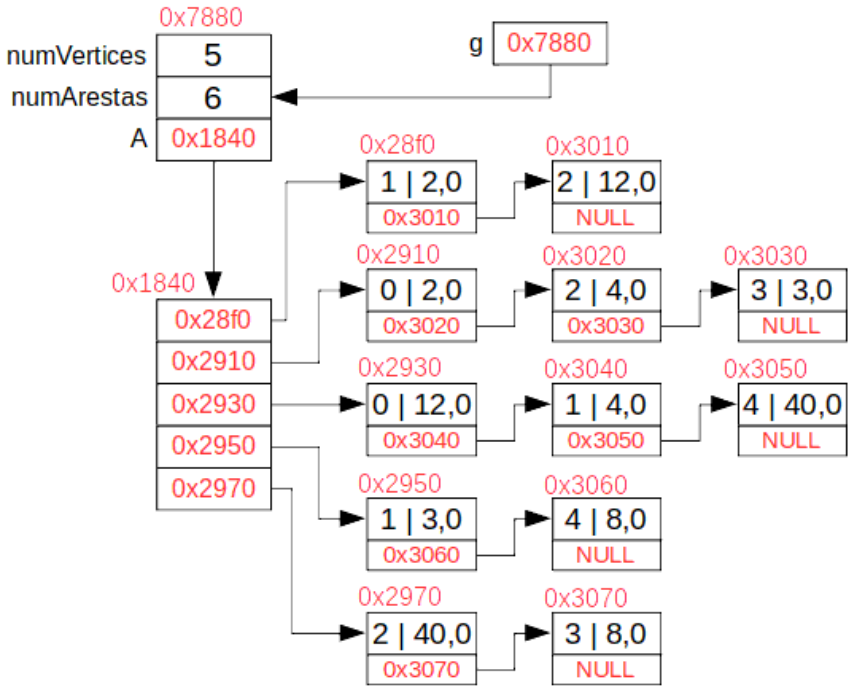
```
void exibeGrafo(Grafo* g){
  if (!g) return;
  printf("\nImprimindo grafo
          (vertices: %i; arestas: %i).\n",
          g->numVertices, g->numArestas);
  ElemLista* atual;
  int x;
  for (x=0;x<g->numVertices;x++){
    printf("[%2i]",x);
    atual = g->A[x];
    while (atual){
      printf(" ->%3i (%5.2f)", atual->vertice, atual->peso );
      atual = atual->prox;
    }
    printf("\n");
  }
}
```

$$O(V) + O(E)$$

Imprimindo um Grafo

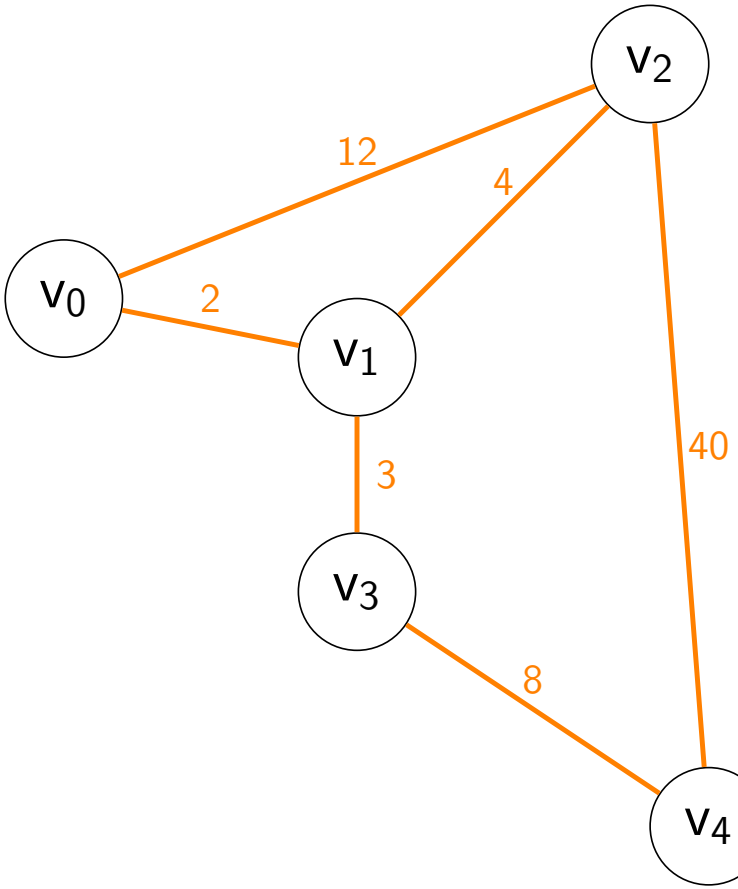
Grafo ponderado e não dirigido:





Imprimindo um Grafo

Grafo ponderado e não dirigido:




```
Imprimindo grafo (vertices: 5; arestas: 6).
[ 0] ->  1 ( 2.00) ->  2 (12.00)
[ 1] ->  0 ( 2.00) ->  2 ( 4.00) ->  3 ( 3.00)
[ 2] ->  0 (12.00) ->  1 ( 4.00) ->  4 (40.00)
[ 3] ->  1 ( 3.00) ->  4 ( 8.00)
[ 4] ->  2 (40.00) ->  3 ( 8.00)
```

Liberando a Memória de um Grafo

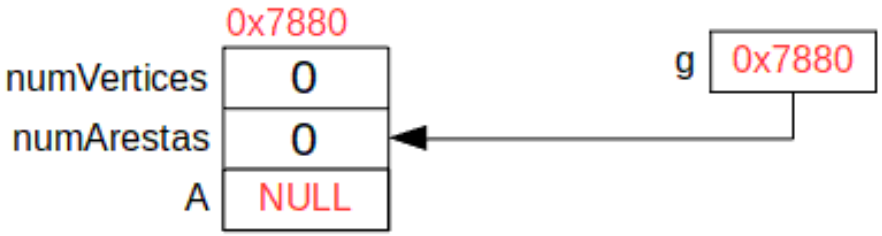
```
bool liberaGrafo(Grafo* g){

}
```

Liberando a Memória de um Grafo

```
bool liberaGrafo(Grafo* g){
  if (g==NULL) return false;
  ElemLista *atual, *apagar;
  int x;
  for (x=0; x<g->numVertices; x++){
    atual = g->A[x];
    while (atual){
      apagar = atual;
      atual = atual->prox;
      free(apagar);
    }
  }
  free(g->A);
  g->numVertices = 0;
  g->numArestas = 0;
  g->A = NULL;
  return true;
}
```

$$O(V) + O(E)$$

Liberando a Memória de um Grafo



Inserindo uma Aresta

```
bool insereAresta(Grafo* g, int v1, int v2, Peso peso){



}
```

Inserindo uma Aresta

```
bool insereAresta(Grafo* g, int v1, int v2, Peso peso){
  if (!g || v1 < 0 || v2 < 0 ||
      v1 >= g->numVertices || v2 >= g->numVertices ||
      v1 == v2) return false;
  if (insereArestaAux(g, v1, v2, peso)){
    insereArestaAux(g, v2, v1, peso);
  }
  return true;
}
```

$$O(1)+O(insereArestaAux)$$

Inserindo uma Aresta

```
bool insereArestaAux(Grafo* g, int v1, int v2, Peso peso){

}
```

Inserindo uma Aresta

```
bool insereArestaAux(Grafo* g, int v1, int v2, Peso peso){
  ElemLista *novo, *ant = NULL;
  ElemLista* atual = g->A[v1];
  while (atual && atual->vertice<v2){
    ant = atual;
    atual = atual->prox;
  }
  if (atual && atual->vertice==v2) {
    atual->peso = peso;  return true;
  }
  novo = (ElemLista*)malloc(sizeof(ElemLista));
  novo->vertice = v2;
  novo->peso = peso;
  novo->prox = atual;
  if (ant) ant->prox = novo;
  else g->A[v1] = novo;
  if (v1 < v2) g->numArestas++;
  return true;
}
```

$O(adj(v1))$

Removendo uma Aresta

```
bool removeAresta(Grafo* g, int v1, int v2){




}
```

Removendo uma Aresta

```
bool removeAresta(Grafo* g, int v1, int v2){
  if (!g || v1 < 0 || v2 < 0 ||
      v1 >= g->numVertices || v2 >= g->numVertices) return false;
  if(removeArestaAux(g, v1, v2)){
    removeArestaAux(g, v2, v1);
    g->numArestas--;
    return true;
  }
  return false;
}
```

$$O(1) + O(removeArestaAux)$$

Removendo uma Aresta

```
bool removeArestaAux(Grafo* g, int v1, int v2){




}
```

Removendo uma Aresta

```
bool removeArestaAux(Grafo* g, int v1, int v2){
  ElemLista* ant = NULL;
  ElemLista* atual = g->A[v1];
  while (atual && atual->vertice<v2){
    ant = atual;
    atual = atual->prox;
  }
  if (atual && atual->vertice==v2){
    if (ant) ant->prox = atual->prox;
    else g->A[v1] = atual->prox;
    free(atual);
    return true;
  }
  return false;
}
```

$O(adj(v1))$

Verificando a Existência de uma Aresta

```
bool arestaExiste(Grafo* g, int v1, int v2){




}
```

Verificando a Existência de uma Aresta

```
bool arestaExiste(Grafo* g, int v1, int v2){
  if (!g || v1 < 0 || v2 < 0 ||
      v1 >= g->numVertices || v2 >= g->numVertices)
      return false;
  ElemLista* atual = g->A[v1];
  while (atual && atual->vertice < v2)
    atual = atual->prox;
  if (atual && atual->vertice == v2) return true;
  return false;
}
```

$O(adj(v1))$

Número de Vértices

```
int numeroDeVertices(Grafo* g){


}
```

Número de Vértices

```
int numeroDeVertices(Grafo* g){
  if (g!=NULL) return g->numVertices;
  else return -1;
}
```

O(1)

Número de Aresta

```
int numeroDeArestas(Grafo* g){
  if (g!=NULL) return g->numArestas;
  else return -1;
}

int numeroDeArestas2(Grafo* g){




}
```

Número de Aresta

```
int numeroDeArestas(Grafo* g){
  if (g!=NULL) return g->numArestas;
  else return -1;
}
```

$O(1)$

```
int numeroDeArestas2(Grafo* g){
  if (g==NULL) return -1;
  ElemLista *atual;
  int x, arestas = 0;
  for (x=0; x<g->numVertices; x++){
    atual = g->A[x];
    while (atual){
      arestas++;
      atual = atual->prox;
    }
  }
  return arestas/2;
}
```

$O(V) + O(E)$

Verificar se um Vértice Possui Vizinhos

```
bool possuiVizinhos(Grafo* g, int v){


}
```

Verificar se um Vértice Possui Vizinhos

```
bool possuiVizinhos(Grafo* g, int v){
  if (!g || v < 0 || v >= g->numVertices || !(g->A[v]))
      return false;
  return true;
}
```

O(1)

Grau de um Vértice

```
int retornaGrauDoVertice(Grafo* g, int v){




}
```

Grau de um Vértice

```
int retornaGrauDoVertice(Grafo* g, int v){
  if (!g || v < 0 || v >= g->numVertices) return -1;
  int grau = 0;
  ElemLista* atual = g->A[v];
  while (atual){
    grau++;
    atual = atual->prox;
  }
  return grau;
}
```

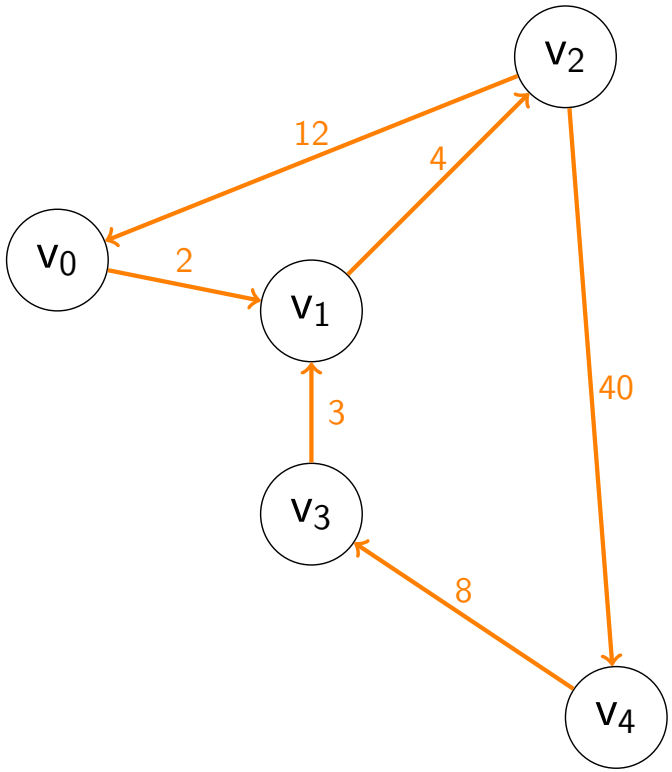
$O(adj(v))$

Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

- E se o grafo for dirigido?

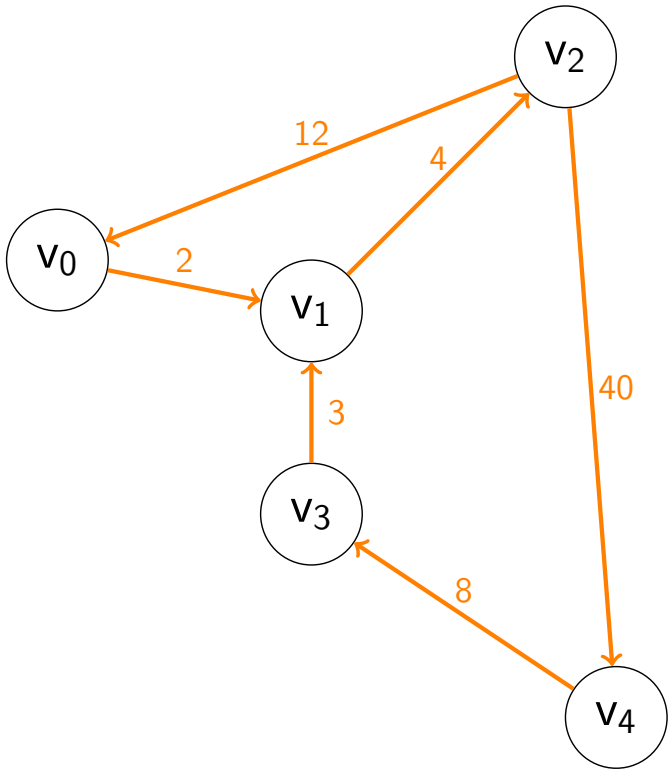
Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

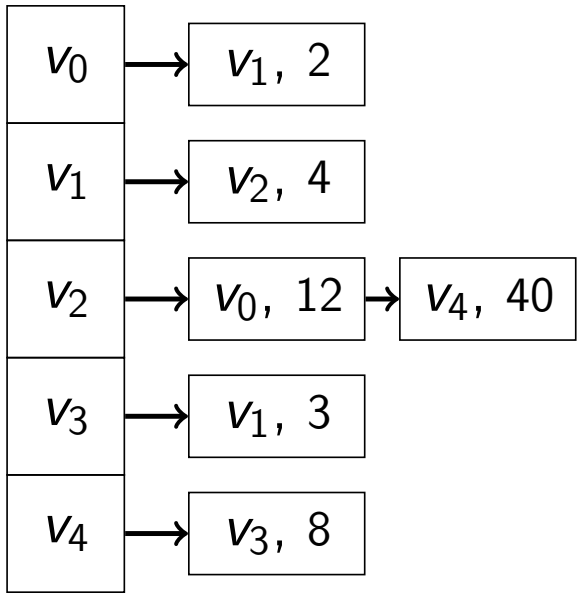
- E se o grafo for dirigido?



Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

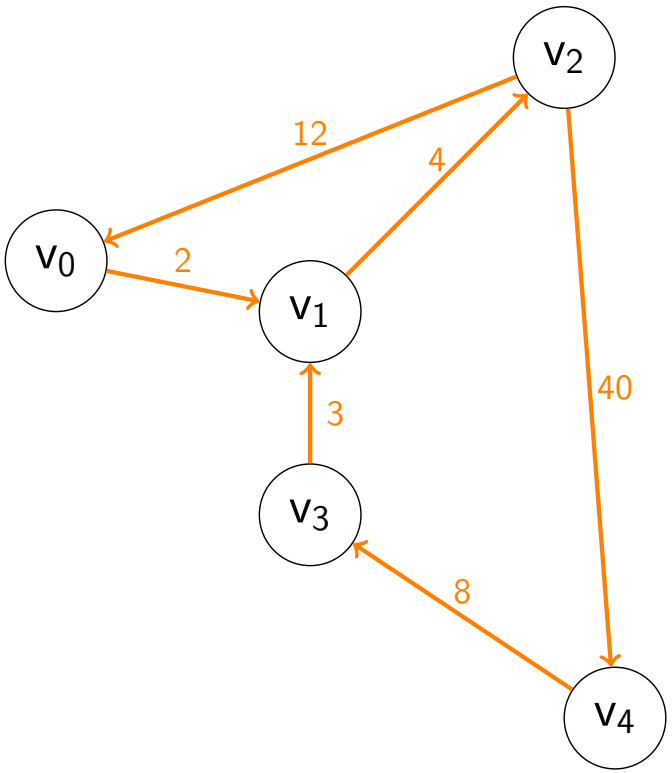
- E se o grafo for dirigido?

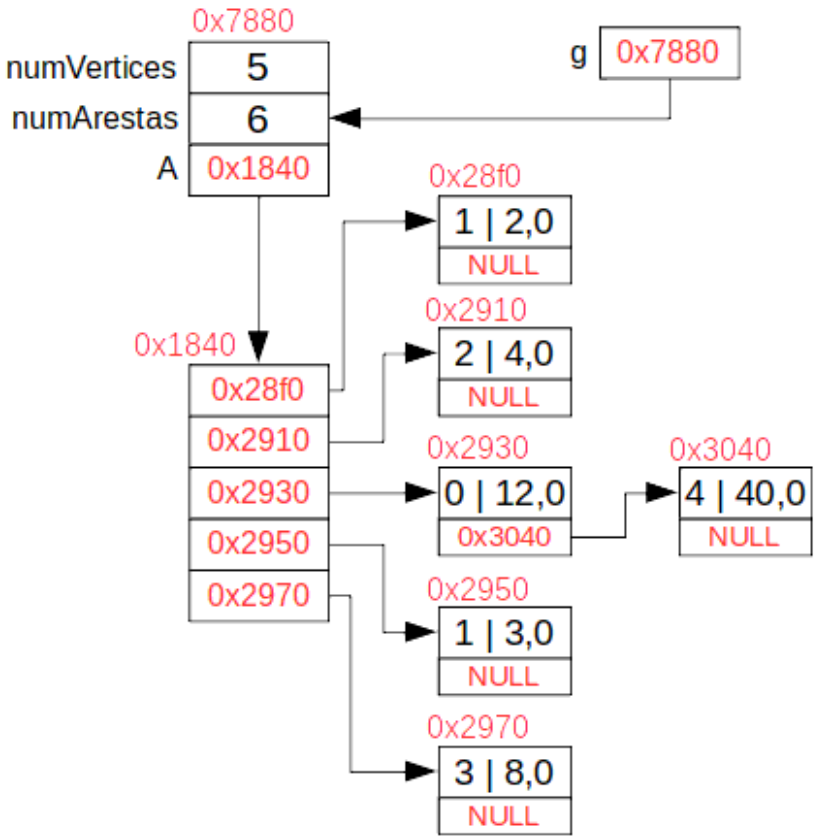




Grafos – Listas de Adjacências com Pesos

- E se o grafo for dirigido?





Listas de Adjacências - Grafo Dirigido

A estrutura de dados será a mesma, haverá pequenas mudanças em algumas funções:

Listas de Adjacências - Grafo Dirigido

A estrutura de dados será a mesma, haverá pequenas mudanças em algumas funções:

- Inicializar um Grafo
- Imprimir um Grafo
- Liberar a Memória de um Grafo
- Inserir uma Aresta
- Remover uma Aresta
- Verificar se uma Aresta Existe
- Retornar o Número de Vértices
- Retornar o Número de Arestas*
- Verificar se um Vértice Possui Vizinhos
- Retornar o Grau de um Vértice

Inserindo uma Aresta - Digrafo

```
bool insereAresta(Grafo* g, int v1, int v2, Peso peso){

}
```

Inserindo uma Aresta - Digrafo

```
bool insereAresta(Grafo* g, int v1, int v2, Peso peso){
  if (!g || v1 < 0 || v2 < 0 ||
      v1 >= g->numVertices || v2 >= g->numVertices
      || v1 == v2) return false;
  ElemLista *novo, *ant = NULL;
  ElemLista* atual = g->A[v1];
  while (atual && atual->vertice<v2){
    ant = atual;
    atual = atual->prox;
  }
  if (atual && atual->vertice==v2) {
    atual->peso = peso;
    return true;
  }
  novo = (ElemLista*)malloc(sizeof(ElemLista));
  novo->vertice = v2;
  novo->peso = peso;
  novo->prox = atual;
  if (ant) ant->prox = novo;
  else g->A[v1] = novo;
  g->numArestas++;
  return true;
}
```

$O(adj(v1))$

Removendo uma Aresta - Digrafo

```
bool removeAresta(Grafo* g, int v1, int v2){

}
```

Removendo uma Aresta - Digrafo

```
bool removeAresta(Grafo* g, int v1, int v2){
  if (!g || v1 < 0 || v2 < 0 ||
      v1 >= g->numVertices || v2 >= g->numVertices) return false;
  ElemLista* ant = NULL;
  ElemLista* atual = g->A[v1];
  while (atual && atual->vertice<v2){
    ant = atual;
    atual = atual->prox;
  }
  if (atual && atual->vertice==v2){
    if (ant) ant->prox = atual->prox;
    else g->A[v1] = atual->prox;
    free(atual);
    g->numArestas--;
    return true;
  }
  return false;
}
```

$O(adj(v1))$

Número de Aresta - Digrafo

```
int numeroDeArestas(Grafo* g){
  if (g!=NULL) return g->numArestas;
  else return -1;
}

int numeroDeArestas2(Grafo* g){




}
```

O(1)

Número de Aresta - Digrafo

```
int numeroDeArestas(Grafo* g){
  if (g!=NULL) return g->numArestas;
  else return -1;
}
```

$O(1)$

```
int numeroDeArestas2(Grafo* g){
  if (g==NULL) return -1;
  ElemLista *atual;
  int x, arestas = 0;
  for (x=0; x<g->numVertices; x++){
    atual = g->A[x];
    while (atual){
      arestas++;
      atual = atual->prox;
    }
  }
  return arestas/2;
}
```

$O(V) + O(E)$

Grau de um Vértice - Digrafo

```
int retornaGrauDoVertice(Grafo* g, int v){



}
```

Grau de um Vértice - Digrafo

```
int retornaGrauDoVertice(Grafo* g, int v){
  if (!g || v < 0 || v >= g->numVertices) return -1;
  int x, grau = 0;
  for (x=0; x<g->numVertices; x++){
    ElemLista* atual = g->A[x];
    while (atual){
      if (x == v) grau++;
      if (atual->vertice == v) grau++;
      atual = atual->prox;
    }
  }
  return grau;
}
```

$$O(V) + O(E)$$

Grafos: Matrizes de Adjacências x Listas de Adjacência

Complexidade	**Matrizes de Adjacências**	**Listas de Adjacências**
Inicializar um Grafo	$O(V^2)$	$O(V)$
Imprimir um Grafo	$O(V^2)$	$O(V+E)$
Liberar a Memória de um Grafo	$O(V)$	$O(V+E)$
Inserir uma Aresta	$O(1)$	$O(adj(v))$
Remover uma Aresta	$O(1)$	$O(adj(v))$
Verificar se uma Aresta Existe	$O(1)$	$O(adj(v))$
Retornar o Número de Vértices	$O(1)$	$O(1)$
Retornar o Número de Arestas	$O(1)$ $O(V^2)$	$O(1)$ $O(V+E)$
Verifica se um Vértice Possui Vizinhos	$O(V)$	$O(1)$
Retornar o Grau de um Vértice	$O(V)$	$O(adj(v))$
Consumo de Memória	$O(V^2)$	$O(V+E)$

Digrafos: Matrizes de Adjacências x Listas de Adjacência

Complexidade	**Matrizes de Adjacências**	**Listas de Adjacências**
Inicializar um Grafo	$O(V^2)$	$O(V)$
Imprimir um Grafo	$O(V^2)$	$O(V+E)$
Liberar a Memória de um Grafo	$O(V)$	$O(V+E)$
Inserir uma Aresta	$O(1)$	$O(adj(v))$
Remover uma Aresta	$O(1)$	$O(adj(v))$
Verificar se uma Aresta Existe	$O(1)$	$O(adj(v))$
Retornar o Número de Vértices	$O(1)$	$O(1)$
Retornar o Número de Arestas	$O(1)$ $O(V^2)$	$O(1)$ $O(V+E)$
Verifica se um Vértice Possui Vizinhos	$O(V)$	$O(1)$
Retornar o Grau de Saída de um Vértice	$O(V)$	$O(adj(v))$
Retornar o Grau de um Vértice	$O(V)$	$O(V+E)$
Consumo de Memória	$O(V^2)$	$O(V+E)$

Algoritmos e Estruturas de Dados II
Aula 05 – Grafos: Listas de Adjacências (continuação)

Prof. Luciano A. Digiampietri
digiampietri@usp.br
@digiampietri