

Análise de Redes Sociais

Conceitos Básicos

Prof. Luciano Antonio Digiampietri
EACH-USP

Conceitos Básicos / Definições

Rede Social

Análise de Redes Sociais

Representação

Rede Social

Rede social¹ é uma estrutura composta por indivíduos (pessoas ou organizações) que são conectadas por um ou mais tipos de relações, por exemplo, amizade, crença ou trabalho.

¹(LEMIEUX; OUMET, 2008)

Rede Social

O conceito de redes sociais surgiu há séculos nas áreas de antropologia social e sociologia, porém, apenas nas últimas décadas, os estudos em redes sociais se intensificaram analisando tanto as características individuais de seus componentes, como também as características estruturais da rede.

Análise de Redes Sociais

Análise de Redes Sociais (ARS) é o processo de investigação das estruturas sociais que conectam os indivíduos.

Na ARS as características estruturais (o conjunto de relações) são tão importantes ou até mais importantes do que as características específicas de cada indivíduo.

Análise de Redes Sociais

A análise de redes sociais vem sendo utilizada em diferentes tipos de aplicação². Até o início da década de 1980, a maioria da pesquisa era realizada analisando-se pequenos grupos cujos dados tipicamente eram obtidos por entrevistas ou questionários³.

²(WASSERMAN; GALASKIEWICZ, 1994)

³(WASSERMAN; FAUST, 2009)

Análise de Redes Sociais

A partir da década de 80, diferentes registros, incluindo aqueles no formato digital, começaram a fazer parte da análise de redes sociais formadas por milhares ou milhões de indivíduos e, cada vez mais, com o apoio computacional.

Análise de Redes Sociais

As redes sociais são, tipicamente, analisadas utilizando teoria dos grafos ou teoria das redes.

Porém, diversos métodos oriundos da mineração de dados e mineração de textos / processamento de língua natural vêm sendo cada vez mais utilizados.

Representação de Redes Sociais

Redes sociais são tipicamente representadas como grafos.

Grafos – Conceitos Básicos⁴

O que é um grafo?

⁴Slides baseados no material do prof. Norton Trevisan Roman
(disciplina Estrutura de Dados - UNIVESP: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLxI8Can9yAHf8k8LrUePyj0y3lLpigGcl>)

Grafos – Conceitos Básicos⁴

O que é um grafo?



⁴Slides baseados no material do prof. Norton Trevisan Roman
(disciplina Estrutura de Dados - UNIVESP: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLxI8Can9yAHf8k8LrUePyj0y3lLpigGcl>)

Grafos – Conceitos Básicos⁴

O que é um grafo?



⁴Slides baseados no material do prof. Norton Trevisan Roman
(disciplina Estrutura de Dados - UNIVESP: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLxI8Can9yAHf8k8LrUePyj0y3lLpigGcl>)

Grafos – Conceitos Básicos

O que é um grafo?

Grafos – Conceitos Básicos

O que é um grafo?

Grafos são estruturas matemáticas (ou modelos matemáticos) que permitem codificar relacionamentos entre pares de objetos

Grafos – Conceitos Básicos

O que é um grafo?

Grafos são estruturas matemáticas (ou modelos matemáticos) que permitem codificar relacionamentos entre pares de objetos

Os objetos são os vértices do grafo

Grafos – Conceitos Básicos

O que é um grafo?

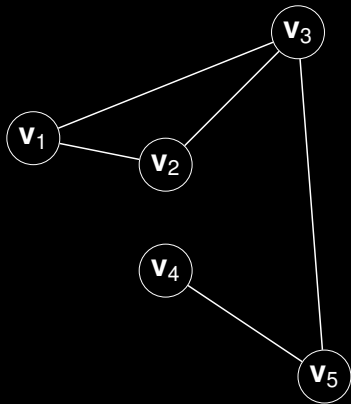
Grafos são estruturas matemáticas (ou modelos matemáticos) que permitem codificar relacionamentos entre pares de objetos

Os objetos são os vértices do grafo

Os relacionamentos são suas arestas

Grafos – Conceitos Básicos

São representados
como um conjunto de
nós (vértices)
conectados par a par
por linhas (arestas)



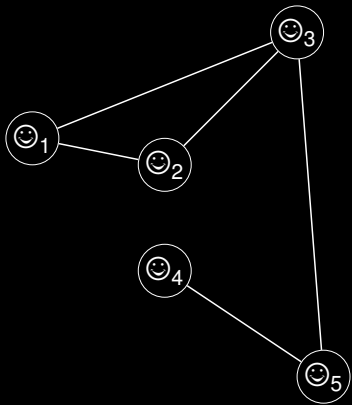
Grafos – Conceitos Básicos

**Podem ser utilizados para
representar uma infinidade
de situações/problemas**

Grafos – Conceitos Básicos

**Podem ser utilizados para
representar uma infinidade
de situações/problemas**

**Podem modelar conexões
em redes sociais**

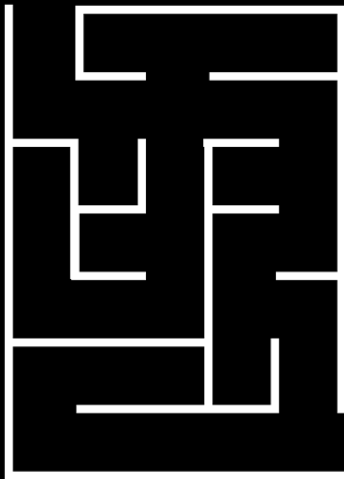


Grafos – Conceitos Básicos

**Podem ser utilizados para
representar uma infinidade
de situações/problemas**

**Podem modelar conexões
em redes sociais**

Labirintos



Grafos – Conceitos Básicos

Podem ser utilizados para
representar uma infinidade
de situações/problemas

Podem modelar conexões
em redes sociais

Labirintos

Rotas de metrô

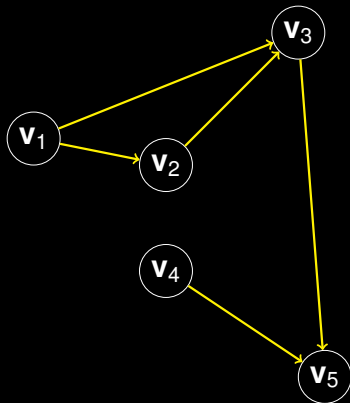


Grafos – Conceitos Básicos

Alguns grafos são dirigidos
(ou direcionados) - digrafos

As relações representadas
pelas arestas têm sentido
definido

As arestas só podem ser
seguidas em uma única
direção

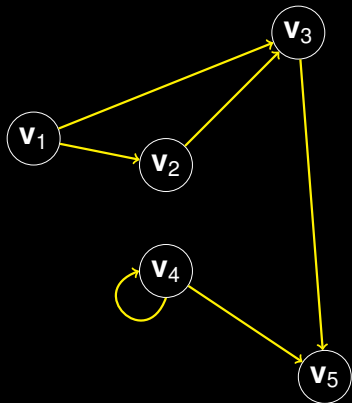


Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos dirigidos, as
arestas são pares
ordenados de vértices

Saindo de um em direção
ao outro

Mesmo que ambos sejam
o mesmo vértice
(auto-laços - *self-loop*)

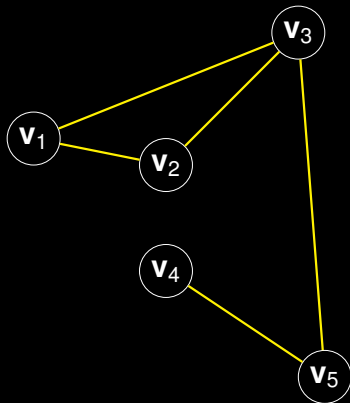


Grafos – Conceitos Básicos

Outros são não dirigidos (ou não direcionados)

As relações representadas pelas arestas não têm sentido definido

As arestas podem ser seguidas em qualquer direção

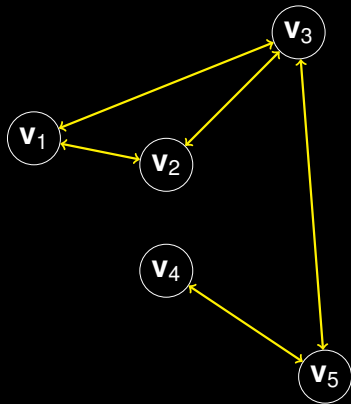


Grafos – Conceitos Básicos

Podemos pensar num grafo não dirigido como um grafo dirigido com arestas de sentido duplo

As arestas são pares não ordenados de vértices

Self-loops não são permitidos

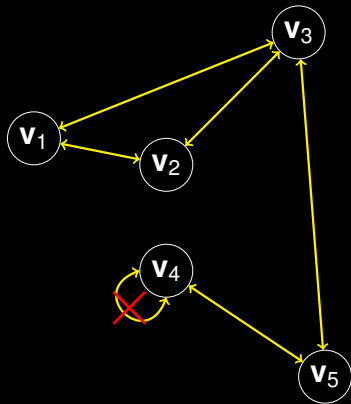


Grafos – Conceitos Básicos

Podemos pensar num grafo não dirigido como um grafo dirigido com arestas de sentido duplo

As arestas são pares não ordenados de vértices

Self-loops não são permitidos

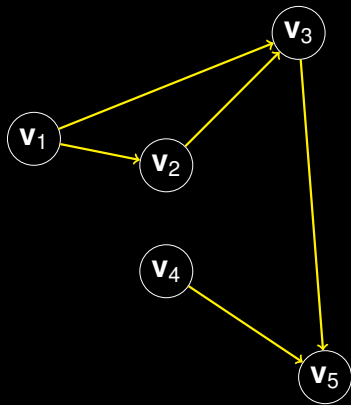


Grafos – Conceitos Básicos

Se (u, v) é uma aresta no grafo, então dizemos que v é adjacente a u

Alternativamente, que v é vizinho de u

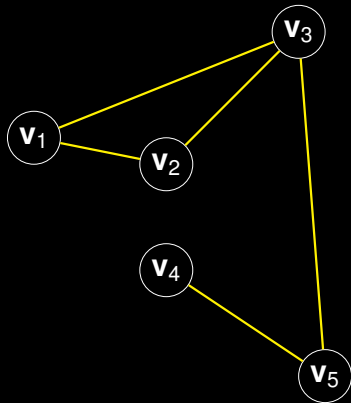
(u, v) significa que a aresta sai de u e entra em v



Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, a relação de adjacência é simétrica

$$(u, v) \Leftrightarrow (v, u)$$



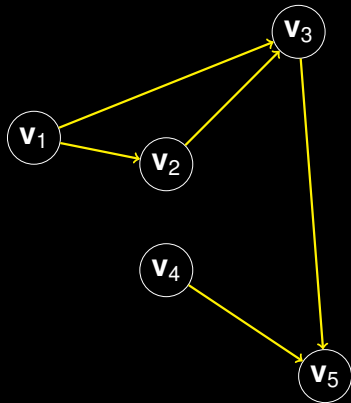
Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, a relação de adjacência é simétrica

$$(u, v) \Leftrightarrow (v, u)$$

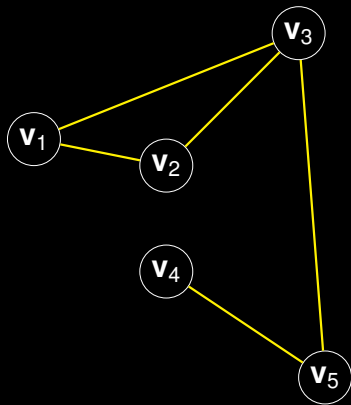
Já em dirigidos, não necessariamente há tal simetria

Há (v_1, v_2) , mas não (v_2, v_1)



Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, o grau de um vértice é o número de arestas que incidem nele



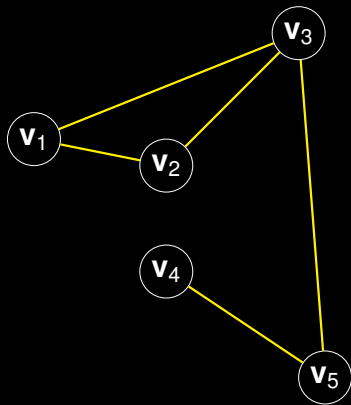
Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, o grau de um vértice é o número de arestas que incidem nele

$$gr(v_1) = gr(v_2) = gr(v_5) = 2$$

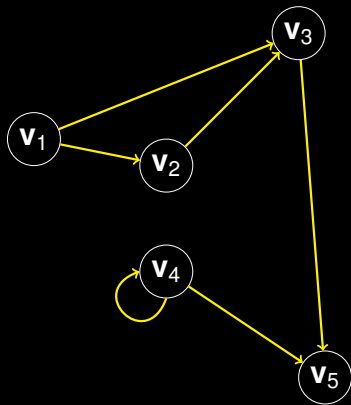
$$gr(v_3) = 3$$

$$gr(v_4) = 1$$



Grafos – Conceitos Básicos

Já em grafos dirigidos, o grau de um vértice é o número de arestas que saem do vértice mais o número de arestas que chegam nele

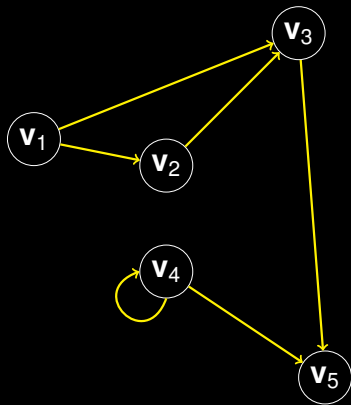


Grafos – Conceitos Básicos

Já em grafos dirigidos, o grau de um vértice é o número de arestas que saem do vértice mais o número de arestas que chegam nele

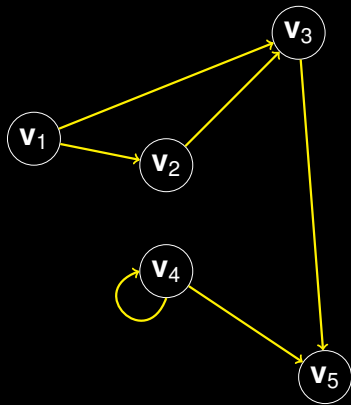
$$gr(v_1) = gr(v_2) = gr(v_5) = 2$$

$$gr(v_3) = gr(v_4) = 3$$



Grafos – Conceitos Básicos

No caso de grafos dirigidos,
há dois tipos específicos de
graus de vértice:

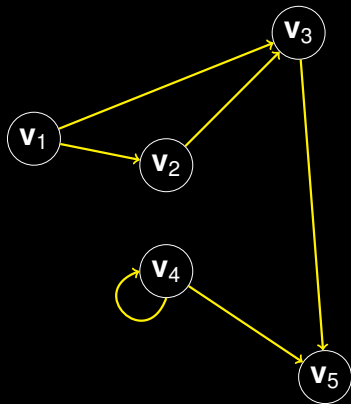


Grafos – Conceitos Básicos

No caso de grafos dirigidos, há dois tipos específicos de graus de vértice:

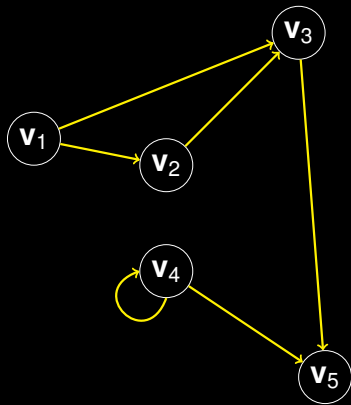
Grau de saída: número de arestas que saem do vértice

Grau de entrada: número de arestas que chegam no vértice



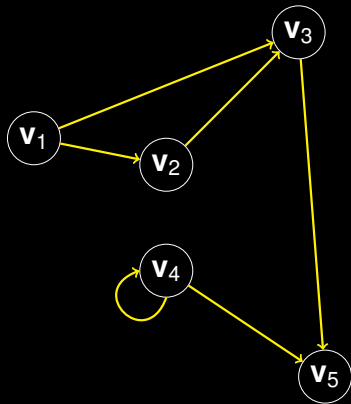
Grafos – Conceitos Básicos

Um caminho de um vértice x a um vértice y é uma sequência de vértices em que, para cada vértice, do primeiro ao penúltimo, há uma aresta ligando esse vértice ao próximo na sequência.



Grafos – Conceitos Básicos

No caso ao lado, alguns caminhos são:



Grafos – Conceitos Básicos

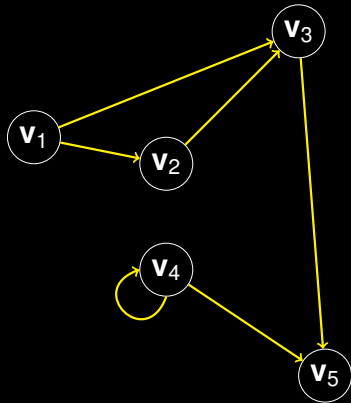
No caso ao lado, alguns caminhos são:

(v_1, v_2, v_3, v_5)

(v_4, v_5)

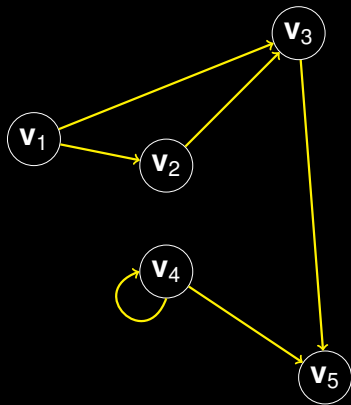
(v_1, v_2, v_3)

(v_4, v_4, v_5)



Grafos – Conceitos Básicos

O comprimento de um caminho é o número de arestas nele



Grafos – Conceitos Básicos

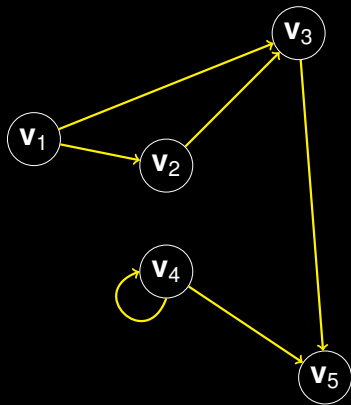
O comprimento de um caminho é o número de arestas nele

$$\text{compr}(v_1, v_2, v_3, v_5) = 3$$

$$\text{compr}(v_4, v_5) = 1$$

$$\text{compr}(v_1, v_2, v_3) = 2$$

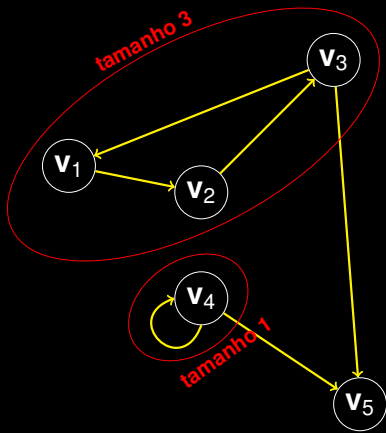
$$\text{compr}(v_4, v_4, v_5) = 2$$



Grafos – Conceitos Básicos

Um ciclo acontece quando, a partir de um determinado vértice, pudermos percorrer algum caminho que nos leve a esse mesmo vértice

Em grafos dirigidos, o caminho deve conter pelo menos uma aresta

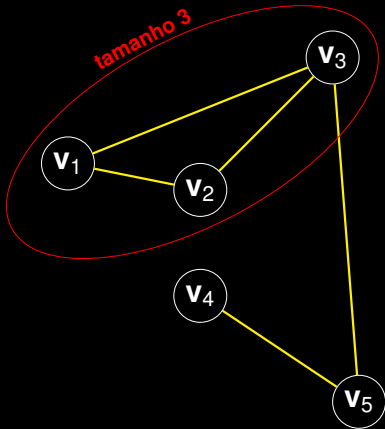


Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, um ciclo deve conter pelo menos 3 arestas

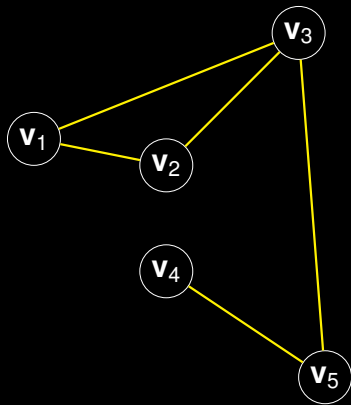
Grafos em que há ao menos um ciclo são chamados de cíclicos

Grafos em que não há ciclos são chamados de acíclicos



Grafos – Conceitos Básicos

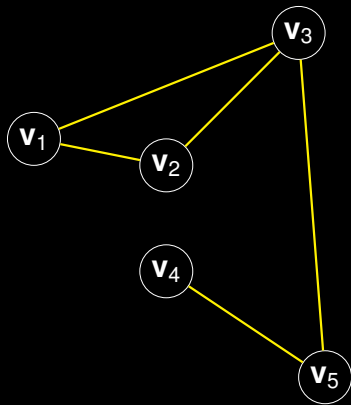
Um grafo não direcionado é conexo (ou conectado) se cada par de vértices nele estiver conectado por um caminho



Grafos – Conceitos Básicos

Um grafo não direcionado é conexo (ou conectado) se cada par de vértices nele estiver conectado por um caminho

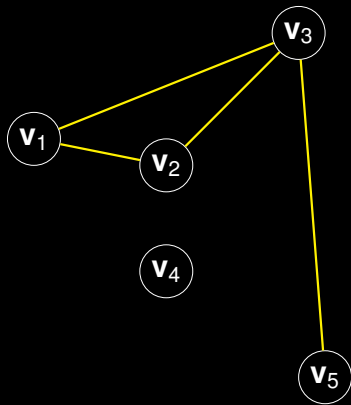
O grafo ao lado é conexo



Grafos – Conceitos Básicos

Um grafo não direcionado é conexo (ou conectado) se cada par de vértices nele estiver conectado por um caminho

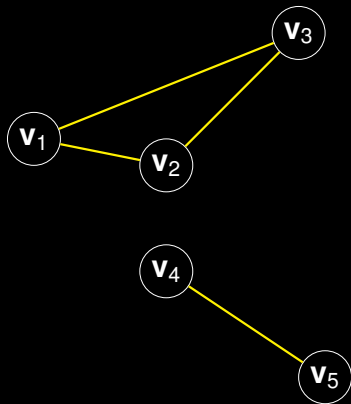
O grafo ao lado é conexo
Agora é desconexo



Grafos – Conceitos Básicos

Um grafo não direcionado é conexo (ou conectado) se cada par de vértices nele estiver conectado por um caminho

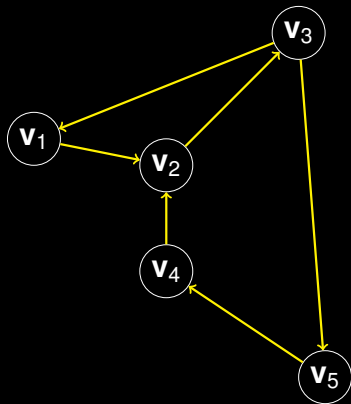
O grafo ao lado é conexo
Agora é desconexo
E continua assim



Grafos – Conceitos Básicos

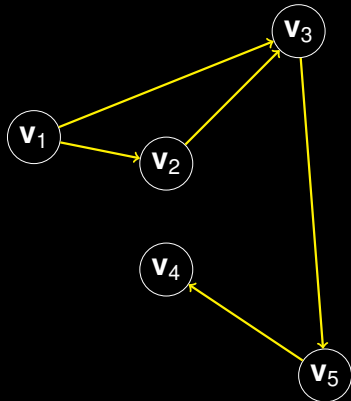
Um grafo dirigido é fortemente conexo se existir um caminho entre qualquer par de vértices no grafo

Contém um caminho direto de u para v e um caminho direto v para u para cada par de vértices (u, v)



Grafos – Conceitos Básicos

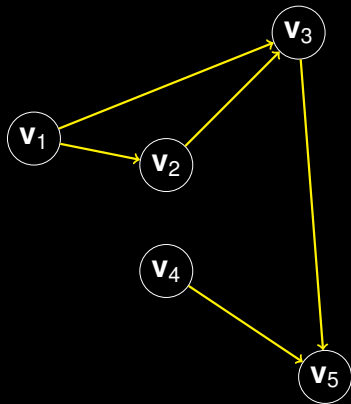
Um grafo dirigido é conexo se possuir um caminho de u para v , ou um caminho de v para u , para cada par de vértices (u, v)



Grafos – Conceitos Básicos

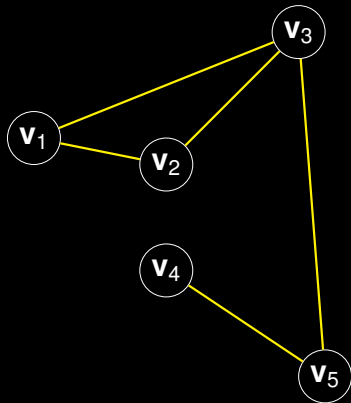
Um grafo dirigido é fracamente conexo se a substituição de todas as suas arestas por arestas não-direcionadas produz um grafo conexo.

Ex: não há caminho de $v_4 \rightarrow v_3$ nem de $v_3 \rightarrow v_4$



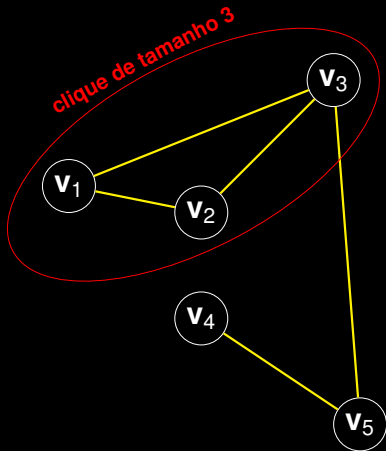
Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, um clique é um subconjunto de seus vértices tal que cada par de vértices do subconjunto é conectado por uma aresta.



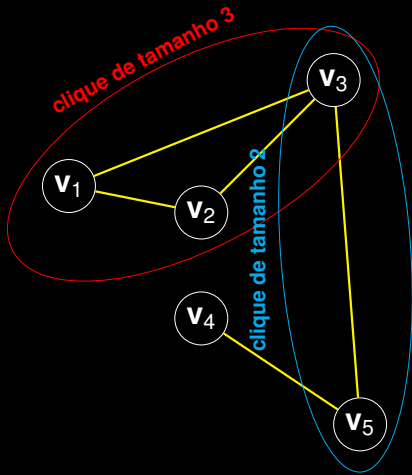
Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, um clique é um subconjunto de seus vértices tal que cada par de vértices do subconjunto é conectado por uma aresta.



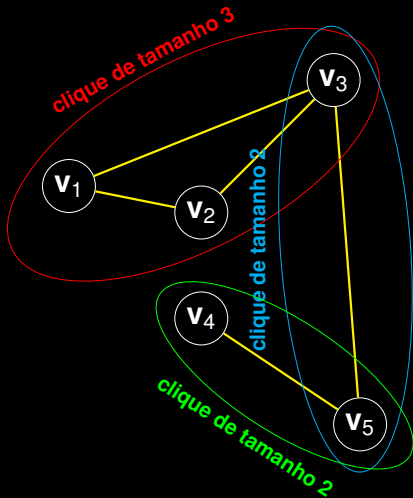
Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, um clique é um subconjunto de seus vértices tal que cada par de vértices do subconjunto é conectado por uma aresta.



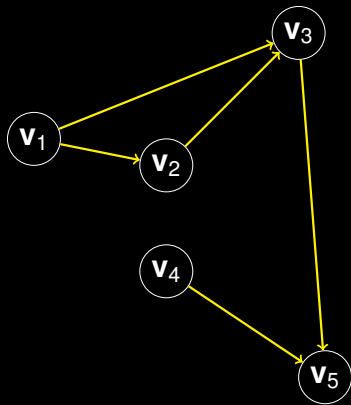
Grafos – Conceitos Básicos

Em grafos não dirigidos, um clique é um subconjunto de seus vértices tal que cada par de vértices do subconjunto é conectado por uma aresta.



Grafos – Conceitos Básicos

Grafos também podem ser ponderados

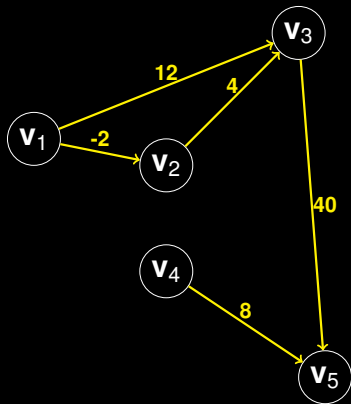


Grafos – Conceitos Básicos

Grafos também podem ser ponderados

Caso em que possuem pesos associados às suas arestas

Esses pesos podem representar custos, distâncias etc.



Grafos – Conceitos Básicos

Por fim, temos um tipo já conhecido de grafo...

Grafos – Conceitos Básicos

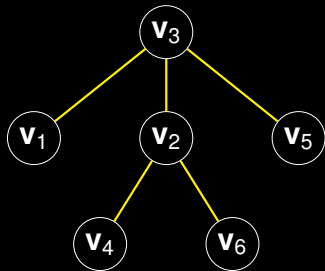
Por fim, temos um tipo já conhecido de grafo...

A árvore

Grafo acíclico

Conexo

Não-dirigido



Grafos – Representação

Como podemos representar um grafo?

Grafos – Representação

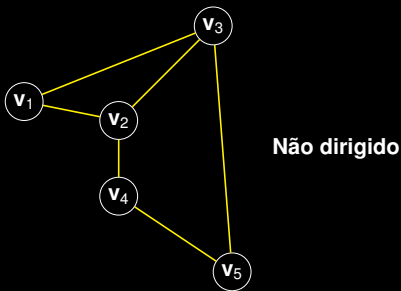
Como podemos representar um grafo?

Como um mapeamento de cada nó à lista de nós aos quais ele está conectado

Grafos – Representação

Como podemos representar um grafo?

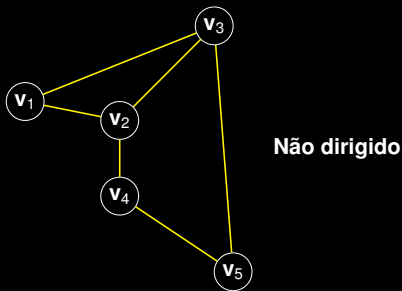
Como um mapeamento de cada nó à lista de nós aos quais ele está conectado



Grafos – Representação

Como podemos representar um grafo?

Como um mapeamento de cada nó à lista de nós aos quais ele está conectado

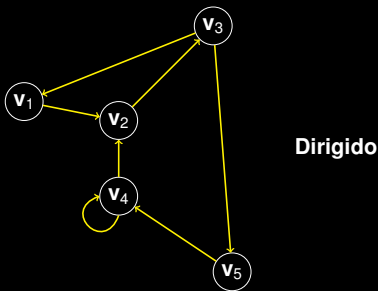


Nó	Conectado a
v_1	v_2, v_3
v_2	v_1, v_3, v_4
v_3	v_1, v_2, v_5
v_4	v_2, v_5
v_5	v_3, v_4

Grafos – Representação

Como podemos representar um grafo?

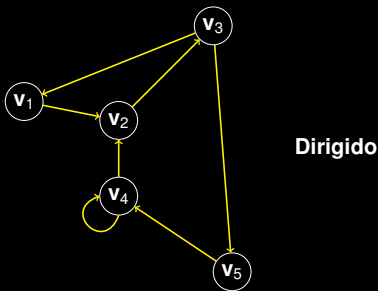
Como um mapeamento de cada nó à lista de nós aos quais ele está conectado



Grafos – Representação

Como podemos representar um grafo?

Como um mapeamento de cada nó à lista de nós aos quais ele está conectado



<i>Nó</i>	<i>Conectado a</i>
v_1	v_2
v_2	v_3
v_3	v_1, v_5
v_4	v_2, v_4
v_5	v_4

Grafos – Representação

Representação computacional de grafos

Grafos – Representação

Representação computacional de grafos

Existem duas maneiras usuais de representar grafos:

- Matrizes de adjacência**

- Listas de adjacência**

Grafos – Matrizes de Adjacências

Uma matriz de adjacências A de um grafo com n vértices é uma matriz $n \times n$ de bits, em que:

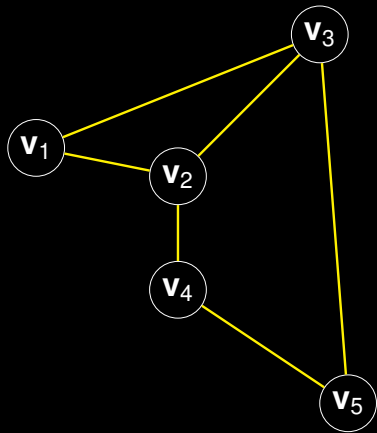
Grafos – Matrizes de Adjacências

Uma matriz de adjacências A de um grafo com n vértices é uma matriz $n \times n$ de bits, em que:

$A[i, j] = 1$ se houver uma aresta indo do vértice i para o vértice j no grafo.

$A[i, j] = 0$ se não houver aresta indo de i para j

Grafos – Matrizes de Adjacências



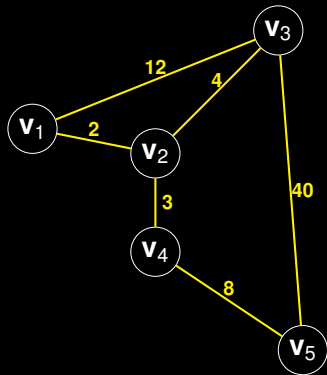
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	1	1	0	0
v_2	1	0	1	1	0
v_3	1	1	0	0	1
v_4	0	1	0	0	1
v_5	0	0	1	1	0

Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for ponderado?

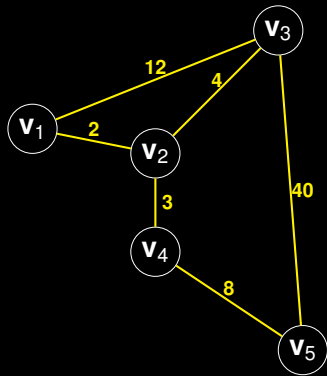
Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for ponderado?



Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for ponderado? Não usamos bits.



	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	2	12	0	0
v_2	2	0	4	3	0
v_3	12	4	0	0	40
v_4	0	3	0	0	8
v_5	0	0	40	8	0

Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for ponderado? Não usamos bits.

Cuidado!

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
V_1	0	2	12	0	0
V_2	2	0	4	3	0
V_3	12	4	0	0	40
V_4	0	3	0	0	8
V_5	0	0	40	8	0

Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for ponderado? Não usamos bits.

Cuidado!

Como diferenciar não
aresta de um valor
válido (como 0)?

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
V_1	<u>0</u>	2	12	<u>0</u>	<u>0</u>
V_2	2	<u>0</u>	4	3	<u>0</u>
V_3	12	4	<u>0</u>	<u>0</u>	40
V_4	<u>0</u>	3	<u>0</u>	<u>0</u>	8
V_5	<u>0</u>	<u>0</u>	40	8	<u>0</u>

Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for ponderado? Não usamos bits.

Cuidado!

Como diferenciar não
aresta de um valor
válido (como 0)?

Deve-se definir um
padrão

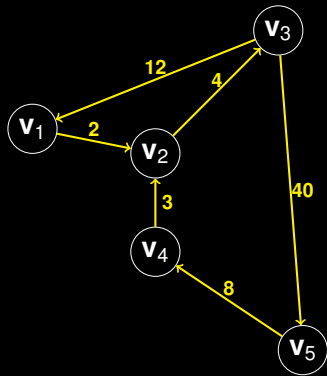
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
V_1	<u>0</u>	2	12	<u>0</u>	<u>0</u>
V_2	2	<u>0</u>	4	3	<u>0</u>
V_3	12	4	<u>0</u>	<u>0</u>	40
V_4	<u>0</u>	3	<u>0</u>	<u>0</u>	8
V_5	<u>0</u>	<u>0</u>	40	8	<u>0</u>

Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for dirigido?

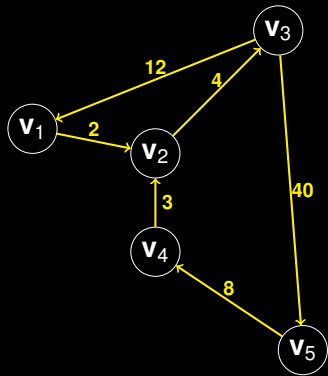
Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for dirigido?



Grafos – Matrizes de Adjacências

E se o grafo for dirigido?



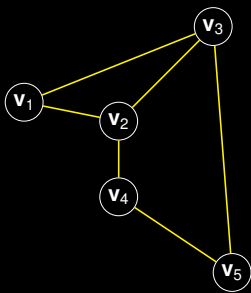
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	2	0	0	0
v_2	0	0	4	0	0
v_3	12	0	0	0	40
v_4	0	3	0	0	0
v_5	0	0	0	8	0

Grafos – Listas de Adjacências

A segunda maneira de representar um grafo é por meio de uma lista de adjacências

Grafos – Listas de Adjacências

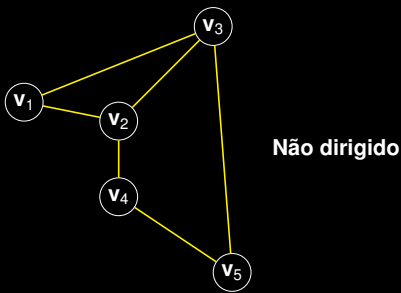
A segunda maneira de representar um grafo é por meio de uma lista de adjacências



Não dirigido

Grafos – Listas de Adjacências

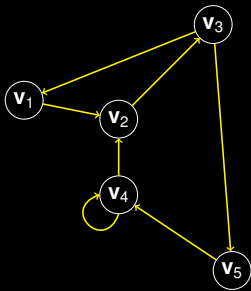
A segunda maneira de representar um grafo é por meio de uma lista de adjacências



Nó	Conectado a
v_1	v_2, v_3
v_2	v_1, v_3, v_4
v_3	v_1, v_2, v_5
v_4	v_2, v_5
v_5	v_3, v_4

Grafos – Listas de Adjacências

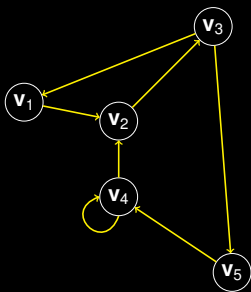
A segunda maneira de representar um grafo é por meio de uma lista de adjacências



Dirigido

Grafos – Listas de Adjacências

A segunda maneira de representar um grafo é por meio de uma lista de adjacências



Dirigido

<i>Nó</i>	<i>Conectado a</i>
V_1	V_2
V_2	V_3
V_3	V_1, V_5
V_4	V_2, V_4
V_5	V_4

Grafos – Listas de Adjacências

Uma lista de adjacências de um grafo com n vértices consiste de um arranjo de n listas ligadas, uma para cada vértice no grafo.

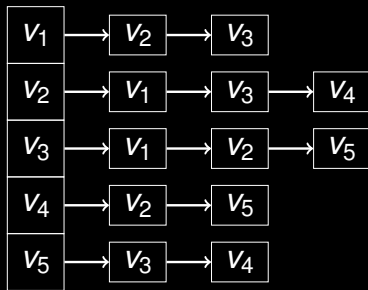
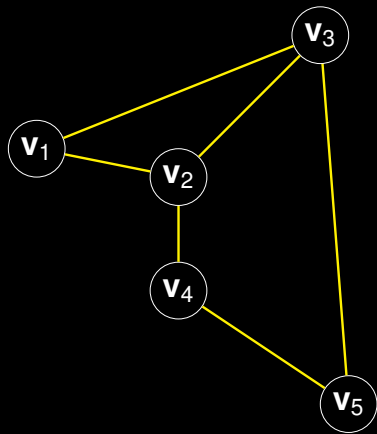
Grafos – Listas de Adjacências

Uma lista de adjacências de um grafo com n vértices consiste de um arranjo de n listas ligadas, uma para cada vértice no grafo.

Para cada vértice u , a lista contém todos os vizinhos de u

Ou seja, todos os vértices v_i para os quais existe uma aresta (u, v_i)

Grafos – Listas de Adjacências

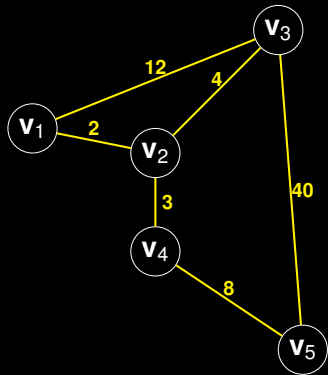


Grafos – Listas de Adjacências

E se o grafo for ponderado?

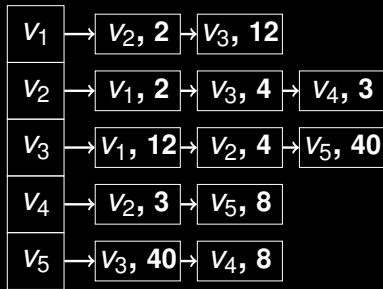
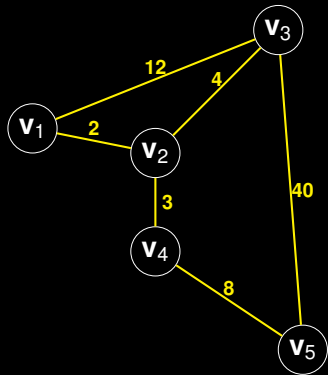
Grafos – Listas de Adjacências

E se o grafo for ponderado?



Grafos – Listas de Adjacências

E se o grafo for ponderado? Armazenamos os pesos nas lista.

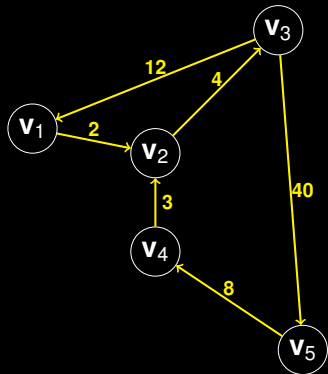


Grafos – Listas de Adjacências

E se o grafo for dirigido?

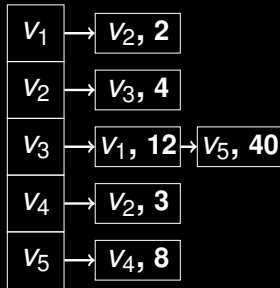
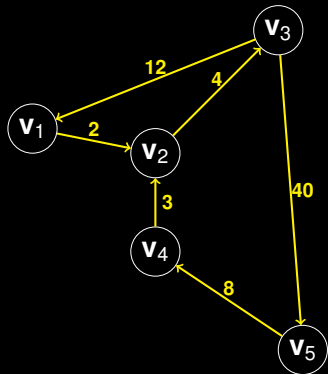
Grafos – Listas de Adjacências

E se o grafo for dirigido?



Grafos – Listas de Adjacências

E se o grafo for dirigido?



Grafos – Representação

E quando usamos uma ou outra representação?

Grafos – Representação

E quando usamos uma ou outra representação?

Vai depender da densidade do grafo

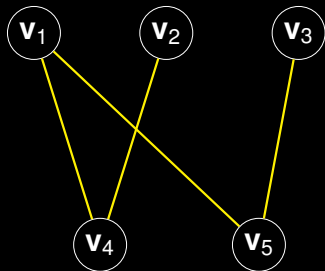
Se denso (quando possui muitas arestas em relação ao número de vértices) ou esparso (com poucas arestas)

Vai depender das operações que queremos executar

Grafo Bipartido

Os vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos

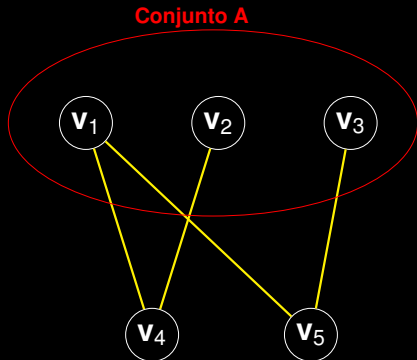
Não existem arestas entre vértices de um mesmo conjunto.



Grafo Bipartido

Os vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos

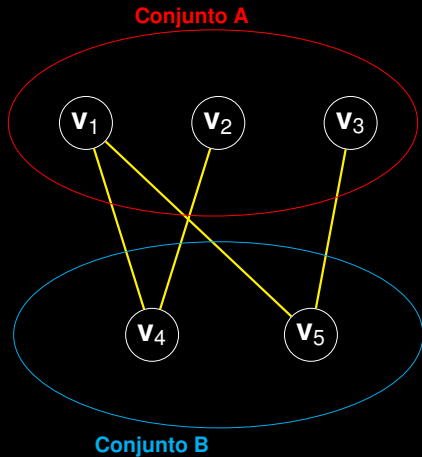
Não existem arestas entre vértices de um mesmo conjunto.



Grafo Bipartido

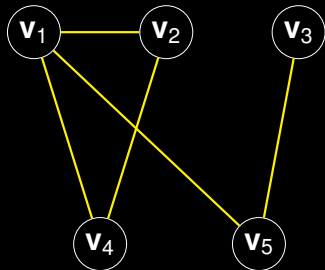
Os vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos

Não existem arestas entre vértices de um mesmo conjunto.



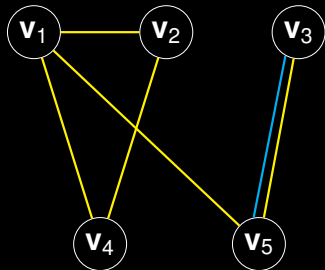
Multigrafo

Permite a existência de arestas múltiplas entre um mesmo par de vértices.



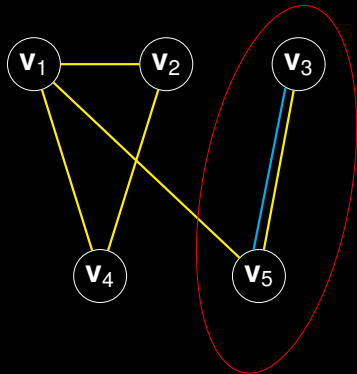
Multigrafo

Permite a existência de arestas múltiplas entre um mesmo par de vértices.



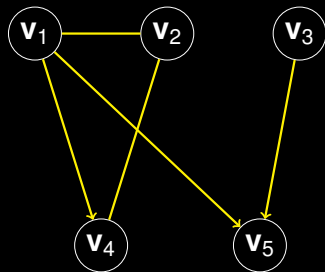
Multigrafo

Permite a existência de arestas múltiplas entre um mesmo par de vértices.



Grafo Misto

Possui arestas direcionadas e não direcionadas.



Referências

- 1 AHO, A. V.; HOPCROFT, J. E.; ULLMAN, J. D. Data Structure and Algorithms. Readings, Addison Wesley, 1983.
- 2 CORMEN, H. T.; LEISERSON, C.E.; RIVEST, R.L. Introduction to Algorithms, MIT Press, McGraw-Hill, 1999.

Análise de Redes Sociais

Conceitos Básicos

Prof. Luciano Antonio Digiampietri
EACH-USP