# O problema da Soma Máxima Bidimensional

Este documento apresenta uma breve descrição e análise comparativa de 4 implementações do problema da Soma Máxima.

| Id | Descrição Geral | Características de Otimização |
|---|---|---|
| **SomaN3** | Algoritmos mais eficiente, $O(n^6)$. Avalia (utilizando a solução unidimensional) as $n^2$ combinações de linhas consecutivas. | Utiliza combinações de linhas e soma máxima unidimensional para não precisar refazer cálculos. |
| **SomaN4Din** | Algoritmo que utiliza uma matriz auxiliar com todos os retângulos maximais (em termos de tamanho) pré-calculados. Para se calcular um novo retângulo utiliza 4 operações matemáticas (ao invés de $n^2$). Além disso, utiliza programação dinâmica para calcular a matriz auxiliar (diminuindo o custo da matriz auxiliar de $O(n^4)$ para $O(n^2)$. Complexidade total do algoritmo: $O(n^4)$. | Uso de matriz auxiliar com as somas dos retângulos maximais (calculada utilizando-se programação dinâmica). |
| **SomaN4** | Algoritmo que utiliza uma matriz auxiliar com todos os retângulos maximais (em termos de tamanho) pré-calculados. Para se calcular um novo retângulo utiliza 4 operações matemáticas (ao invés de $n^2$). Não utiliza programação dinâmica para calcular a matriz auxiliar. Complexidade total do algoritmo: $O(n^4)$. | Uso de matriz auxiliar com as somas dos retângulos maximais. |
| **SomaN6** | Algoritmo mais simples possível $O(n^6)$, que não reaproveita nenhuma soma. | nenhuma |

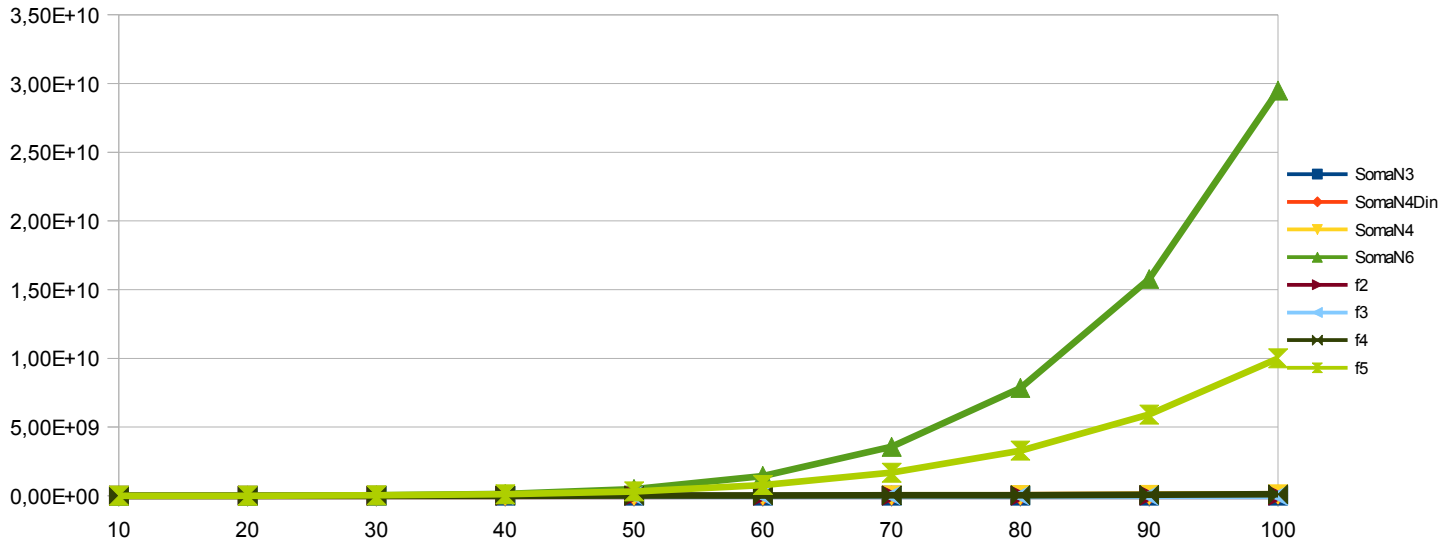
## *Número de operações realizadas*

A tabela 1 apresenta o número de operações em relação ao tamanho da entrada (ordem da matriz). As funções de f2 a f6 são apenas $f2(x) = x^2$; $f3(x) = x^3$; $f4(x) = x^4$; $f5(x) = x^5$ e $f6(x) = x^6$. A Figura 1 apresenta o gráfico dos dados desta tabela.

**Tabela 1 – número de somas realizadas em relação a entrada**

| | SomaN3 | SomaN4Din | SomaN4 | SomaN6 | f2 | f3 | f4 | f5 | f6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **10** | 1.10E+03 | 8.34E+03 | 1.10E+04 | 4.84E+04 | 1.00E+02 | 1.00E+03 | 1.00E+04 | 1.00E+05 | 1.00E+06 |
| **20** | 8.40E+03 | 1.25E+05 | 1.68E+05 | 2.37E+06 | 4.00E+02 | 8.00E+03 | 1.60E+05 | 3.20E+06 | 6.40E+07 |
| **30** | 2.79E+04 | 6.24E+05 | 8.37E+05 | 2.46E+07 | 9.00E+02 | 2.70E+04 | 8.10E+05 | 2.43E+07 | 7.29E+08 |
| **40** | 6.56E+04 | 1.96E+06 | 2.62E+06 | 1.32E+08 | 1.60E+03 | 6.40E+04 | 2.56E+06 | 1.02E+08 | 4.10E+09 |
| **50** | 1.28E+05 | 4.76E+06 | 6.38E+06 | 4.88E+08 | 2.50E+03 | 1.25E+05 | 6.25E+06 | 3.13E+08 | 1.56E+10 |
| **60** | 2.20E+05 | 9.84E+06 | 1.32E+07 | 1.43E+09 | 3.60E+03 | 2.16E+05 | 1.30E+07 | 7.78E+08 | 4.67E+10 |
| **70** | 3.48E+05 | 1.82E+07 | 2.44E+07 | 3.56E+09 | 4.90E+03 | 3.43E+05 | 2.40E+07 | 1.68E+09 | 1.18E+11 |
| **80** | 5.18E+05 | 3.10E+07 | 4.15E+07 | 7.84E+09 | 6.40E+03 | 5.12E+05 | 4.10E+07 | 3.28E+09 | 2.62E+11 |
| **90** | 7.37E+05 | 4.96E+07 | 6.63E+07 | 1.58E+10 | 8.10E+03 | 7.29E+05 | 6.56E+07 | 5.90E+09 | 5.31E+11 |
| **100** | 1.01E+06 | 7.55E+07 | 1.01E+08 | 2.95E+10 | 1.00E+04 | 1.00E+06 | 1.00E+08 | 1.00E+10 | 1.00E+12 |

**Figura 1 – número de somas realizadas em relação a entrada**




A Tabela 2 apresenta o logaritmo do número de operações realizadas em relação ao valor da entrada. A Figura 2 apresenta o gráfico desta tabela.

| | SomaN3 | SomaN4Din | SomaN4 | SomaN6 | f2 | f3 | f4 | f5 | f6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **10** | 3.04 | 3.92 | 4.04 | 4.68 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **20** | 3.92 | 5.1 | 5.23 | 6.38 | 2.6 | 3.9 | 5.2 | 6.51 | 7.81 |
| **30** | 4.45 | 5.8 | 5.92 | 7.39 | 2.95 | 4.43 | 5.91 | 7.39 | 8.86 |
| **40** | 4.82 | 6.29 | 6.42 | 8.12 | 3.2 | 4.81 | 6.41 | 8.01 | 9.61 |
| **50** | 5.11 | 6.68 | 6.8 | 8.69 | 3.4 | 5.1 | 6.8 | 8.49 | 10.19 |
| **60** | 5.34 | 6.99 | 7.12 | 9.16 | 3.56 | 5.33 | 7.11 | 8.89 | 10.67 |
| **70** | 5.54 | 7.26 | 7.39 | 9.55 | 3.69 | 5.54 | 7.38 | 9.23 | 11.07 |
| **80** | 5.71 | 7.49 | 7.62 | 9.89 | 3.81 | 5.71 | 7.61 | 9.52 | 11.42 |
| **90** | 5.87 | 7.7 | 7.82 | 10.2 | 3.91 | 5.86 | 7.82 | 9.77 | 11.73 |
| **100** | 6 | 7.88 | 8 | 10.47 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |

**Tabela 2 – logaritmo do número de somas realizadas em relação a entrada**

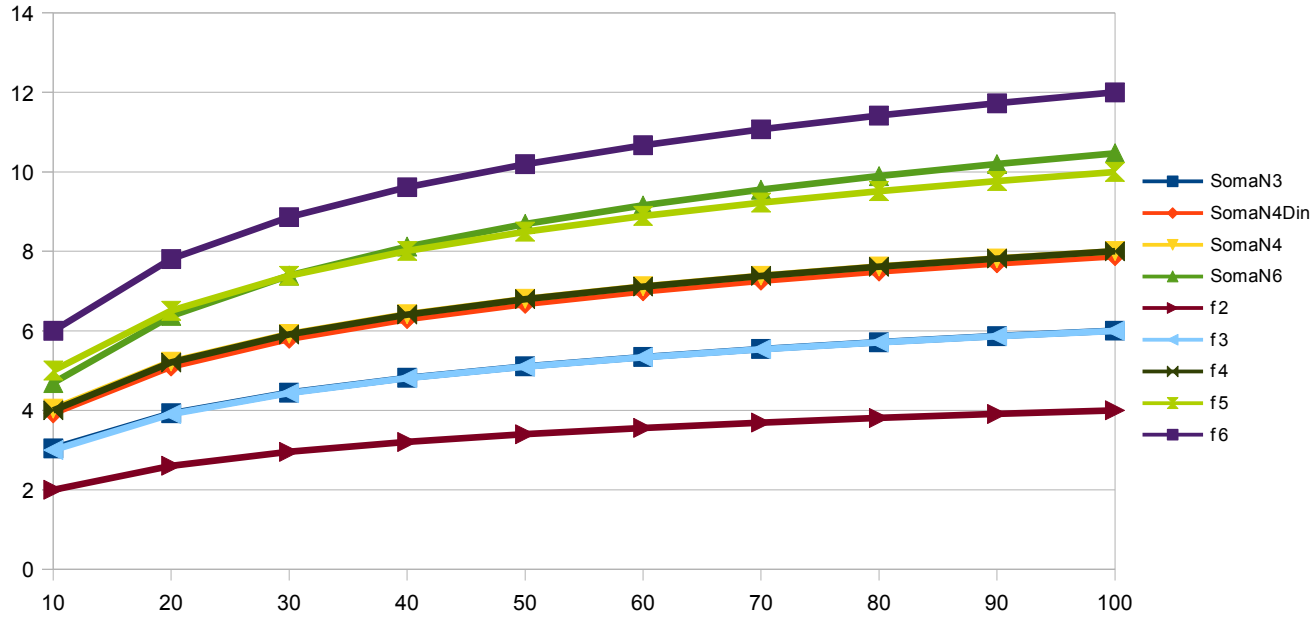



**Figura 2 – logaritmo do número de somas realizadas em relação a entrada**

## *Questões de implementação*

### Soma Máxima Bidimensional - $O(n^6)$

```
static void executar(byte m[][], int n){
  double somas = 0;
  int maximo = 0;
  for (int a=0;a<n;a++){
       for (int b=0;b<n;b++){
            for (int c=a;c<n;c++){
              for (int d=b;d<n;d++){
                 int temp=0;
                 for (int i=a;i<=c;i++){
                      for (int j=b;j<=d;j++){
                           temp += m[i][j];
                           somas++;
                      }
                 }
                 if (temp > maximo) maximo = temp;
              }
            }

       }
  }
  System.out.print(maximo);
 }
```

### Soma Máxima Unidimensional

```
int maximo = 0;
int atual = 0;
for (int i=0; i<n; i++){
     atual += temp[i];
     if (atual > maximo){
          maximo = atual;
     }else if (atual < 0) atual = 0;
}
```

**Matriz auxiliar – sem utilizar programação dinâmica**

```
int [][] aux = new int[n][n];
for (int i=0;i<n;i++){
     for (int j=0;j<n;j++){
          for (int x=0;x<=i;x++){
               for (int y=0;y<=j;y++){
                    aux[i][j] += m[x][y];
               }
          }
     }
}
```

**Matriz auxiliar – utilizando programação dinâmica**

```
int [][] aux = new int[n][n];
aux[0][0] = m[0][0];
for (int i=1;i<n;i++){
     aux[0][i] = aux[0][i-1]+m[0][i];
     aux[i][0] = aux[i-1][0]+m[i][0];
}
for (int i=1;i<n;i++){
     for (int j=1;j<n;j++){
          aux[i][j]=m[i][j] +aux[i-1][j] +aux[i][j-1] -aux[i-1][j-1];
     }
}
```