Projeto de algoritmos: Algoritmos Gulosos

ACH2002 - Introdução à Ciência da Computação II

Delano M. Beder

Escola de Artes, Ciências e Humanidades (EACH)
Universidade de São Paulo
dbeder@usp.br

09/2008

Algoritmos Gulosos: Conceitos Básicos

- Tipicamente algoritmos gulosos são utilizados para resolver problemas de **otimização**.
- Um algoritmo guloso sempre faz a **escolha** que parece ser a **melhor** a cada iteração.
- Ou seja, a **escolha** é feita de acordo com um **critério guloso** !
  - É uma decisão localmente ótima !
- Propriedade da **escolha gulosa**: garante que a cada iteração é tomada uma decisão que levará a um ótimo global.
- Em um algoritmo guloso uma escolha que foi feita **nunca é revista**, ou seja, não há qualquer tipo de *backtracking*.

Algoritmos Gulosos: Idéias Básicas

- A idéia básica da **estratégia gulosa** é construir por etapas uma solução **ótima**.
- Em cada passo, após selecionar um elemento da entrada (o melhor), decide-se se ele é viável - vindo a fazer parte da solução - ou não.
- Após uma seqüência de decisões, uma solução para o problema é alcançada.
- Nessa seqüência de decisões, nenhum elemento é examinado mais de uma vez: ou ele fará parte da solução, ou será descartado.
- Freqüentemente, a entrada do problema já vem ordenada.

Intercalação (Fusão) de Vetores

No livro [2], foi apresentado um método para intercalação(fusão) de vetores:

Intercalação de Vetores

```
int [] intercalacao(int [] a, int [] b) {
 int posa = 0,
     posb = 0,
     posc = 0;
 int [] c = new int [a.length + b.length];

 // Enquanto nenhuma das seqüências está vazia...
 while (posa < a.length && posb < b.length) {
  // Pega o menor elemento das duas seqüências

  if(b[posb] <= a[posa]) {
    c[posc] = b[posb];
    posb++;
  } else {
    c[posc] = a[posa];
    posa++;
  }
  posc++;
 }
```

Intercalação de Vetores (continuação)

```
 // Completa com a seqüência que ainda não acabou

 while (posa < a.length) {
   c[posc] = a[posa];
   posc++;
   posa++;
 }

 while (posb < b.length) {
   c[posc] = b[posb];
   posc++;
   posb++;
 }

 return c; // retorna o valor resultado da intercalação
}
```

Intercalação sucessiva de Vetores

- Um exemplo simples que ilustra bem a estratégia gulosa é o problema da intercalação sucessiva de vetores.
  - Trata-se de intercalar n vetores
- Há várias maneiras possíveis de se realizar uma seqüência de intercalações
  - Ocorre que isso pode afetar o número de comparações necessárias
- Lembremos o caso mais simples de intercalação de dois vetores, com tamanhos m_1 e m_2
  - O tamanho do vetor resultante é $m_1 + m_2$
  - O número de comparações necessárias (no pior caso) será $m_1 + m_2 - 1$

Intercalação sucessiva de Vetores

- Três vetores V_1, V_2 e V_3, com respectivos tamanhos 15, 10 e 5.
- Uma maneira de realizar a intercalação seria: primeiro intercalar V_1 e V_2 e depois o vetor resultante V_{12} com V_3.
  - O número de comparações para produzir V_{12} é $15 + 10 - 1 = 24$.
  - Para intercalar V_{12} com $V3$ é $(15 + 10) + 5 - 1 = 29$.
  - No total, teremos $24 + 29$, ou seja, 53 comparações.
- Primeiro intercalar V_2 e V_3 e depois o vetor resultante V_{23} com V_1.
  - O número de comparações para produzir V_{23} é $10 + 5 - 1 = 14$.
  - Para intercalar V_{23} com $V1$ é $(10 + 5) + 15 - 1 = 29$.
  - No total, teremos $14 + 29$, ou seja, 43 comparações.
- Primeiro intercalar V_1 e V_3 e depois o vetor resultante V_{13} com V_2. Quantas comparações são feitas ?
- A ordem das intercalações influencia substancialmente o número de comparações requeridas

Intercalação sucessiva de Vetores

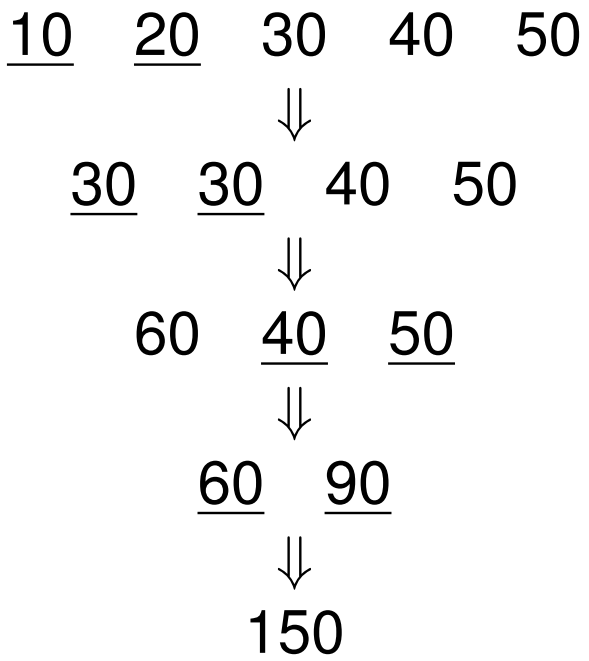
Quantidade de comparações

- $V_1 + V_2 \Rightarrow V_{12}$ e $V_{12} + V_3 \Rightarrow V_{123}$
  - $m_1 + m_2 - 1$ para produzir V_{12}
  - $m_{12} + m_3 - 1$ para produzir V_{123}
  - Ou seja, $m_1 + m_2 - 1 + m_1 + m_2 + m_3 - 1 \Rightarrow 2(m_1 + m_2) + m_3 - 2$
- $V_2 + V_3 \Rightarrow V_{23}$ e $V_{23} + V_1 \Rightarrow V_{123}$
  - $m_2 + m_3 - 1$ para produzir V_{23}
  - $m_{23} + m_1 - 1$ para produzir V_{123}
  - Ou seja, $m_2 + m_3 - 1 + m_2 + m_3 + m_1 - 1 \Rightarrow 2(m_2 + m_3) + m_1 - 2$
- $V_1 + V_3 \Rightarrow V_{13}$ e $V_{13} + V_2 \Rightarrow V_{123}$
  - $m_1 + m_3 - 1$ para produzir V_{13}
  - $m_{13} + m_2 - 1$ para produzir V_{123}
  - Ou seja, $m_1 + m_3 - 1 + m_1 + m_3 + m_2 - 1 \Rightarrow 2(m_1 + m_3) + m_2 - 2$

O primeiro par de vetores a ser intercalado dá contribuição com maior peso para o total.

Intercalação sucessiva de Vetores

- um algoritmo guloso para esse problema
  - Seleciona, a cada passo um par com soma mínima dentre os presentes para fazer parte da solução.
  - Ao final, teremos uma seqüência ótima de intercalações.



Procedimento Intercala Ótima de Vetores

```
procedimento intercala_ótima_vetores
Entrada: Conjunto V de n vetores (com seus tamanhos)
Saída: par (intercalação dos n vetores, número de comparações)
 BEGIN
 numCmp = 0;
 REPITA
   | escolhe os dois menores vetores A e B (seleção gulosa) |
   V = V - { A , B };
   C = Intercala ( A , B );
   V = V + { C };
   numCmp = numCmp + tam(A) + tam(B) - 1
 ATÉ QUE |V| = 1;
 retorne_saída(V, numCmp);
END
```

```
int[] merge(int[][] conjunto) {

    int tam = conjunto.length;
    int numCmp = 0;

    do {
      /* escolhe os dois menores vetores A e B (seleção gulosa) */
      Menores menores = menoresVetores(conjunto);
      int prim = menores.getPrimeiro();
      int seg = menores.getSegundo();
      int[] A = conjunto[prim];
      int[] B = conjunto[seg];
      /* V = V -  A, B ; */
      conjunto = removeVetores(conjunto, menores);
      /* C = Intercala(A, B); */
      int[] C = merge(A, B);
      /* V = V +  C  */
      conjunto[tam - 2] = C;
      numCmp = numCmp + A.length + B.length - 1;
      tam = tam - 1;
    } while (tam > 1);
    System.out.println("Foram feitas " + numCmp + " Comparações");
    return conjunto[0];
}
```

Resumo

Foi apresentada a técnica de projeto de algoritmos: *algoritmos gulosos*

- A idéia básica da **estratégia gulosa** é construir por etapas uma solução **ótima**.
  - Em cada passo, após selecionar um elemento da entrada (o melhor), decide-se se ele é viável - vindo a fazer parte da solução - ou não.

Referências utilizadas

[1] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest & Clifford Stein. *Algoritmos - Tradução da 2a. Edição Americana*. Editora Campus, 2002.

[2] Laira V. Toscani & Paulo A.S. Veloso. *Complexidade de Algoritmos*. Série Livros Didáticos, Instituto de Informática da UFRGS, 2a. Edição, 2005.