

ACH2011 – Cálculo I (2/2012)

Lista de Exercícios 4

Observação: Parte dos exercícios foram adaptados do livro de B. P. Demidovitch (Б. П. Демидович), *Problemas e Exercícios de Análise Matemática*, 6.^a edição, Mir (1987) – impresso na U.R.S.S..

Determinar a primeira e segunda derivada das seguintes funções.

- | | | |
|---|--|---|
| 001) $f(x) = (2 + 4x - x^3)^{29}$ | 002) $f(x) = \left(\frac{ax^2 + b}{c}\right)^5$ | 003) $f(x) = (1 + 3x)^5$ |
| 004) $f(x) = (1 + 3x^4)^{56}$ | 005) $f(x) = \frac{1}{(x-3)^7} - \frac{1}{(x+2)^3}$ | 006) $f(x) = \sqrt{2-x^2}$ |
| 007) $f(x) = \sqrt[3]{b+cx^3}$ | 008) $f(x) = \left(a^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$ | 009) $f(x) = (2 - 3\cos x)^5$ |
| 010) $f(x) = -\frac{1}{3}\tan^3 x + \frac{1}{5}\tan^5 x$ | 011) $f(x) = \sqrt{\tan x}$ | 012) $f(x) = 2 + 4\cos^3 x$ |
| 013) $f(x) = \sec^2 x + \tan^3 x$ | 014) $f(x) = -\frac{1}{(1 + \sin x)^2}$ | 015) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos x}$ |
| 016) $f(x) = \sqrt{3 + \arctan x}$ | 017) $f(x) = (\arcsin x)^3$ | 018) $f(x) = \arccos \sqrt{x+1}$ |
| 019) $f(x) = \frac{2}{\arctan x}$ | 020) $f(x) = \sqrt{xe^{x^2} + x}$ | 021) $f(x) = \arcsin(\arctan x)$ |
| 022) $f(x) = \ln^4 x$ | 023) $f(x) = \sqrt{e^x + \ln x^2}$ | 024) $f(x) = \tan \sqrt{x}$ |
| 025) $f(x) = \sin x^3 + \tan \frac{1}{x}$ | 026) $f(x) = \frac{1 + \cos x}{2 + \tan x}$ | 027) $f(x) = \frac{\arcsin x}{\ln x}$ |
| 028) $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{\ln x}\right)$ | 029) $f(x) = \sin\left(\arccos \frac{x}{4}\right)$ | 030) $f(x) = \arctan\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ |
| 031) $f(x) = e^{-x^3}$ | 032) $f(x) = e^{\arctan x}$ | 033) $f(x) = \ln(\tan e^x)$ |
| 034) $f(x) = \arccos e^x$ | 035) $f(x) = \cos(\sin x) + x^{\sin 3}$ | 036) $f(x) = \ln \sin x$ |
| 037) $f(x) = \ln(1 + x^2)$ | 038) $f(x) = \ln(\ln x)$ | 039) $f(x) = \ln(\sin x + \cos x)$ |
| 040) $f(x) = \arctan(\cos x)$ | 041) $f(x) = \sqrt{\ln \arcsin x}$ | 042) $f(x) = \ln(\sqrt{x} + 1)$ |
| 043) $f(x) = \sin^5(5x) \cos \frac{x}{3}$ | 044) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$ | 045) $f(x) = (\ln x)^\pi$ |
| 046) $f(x) = \tan \sqrt{\frac{x}{x-2}}$ | 047) $f(x) = e^{\sin^2 x}$ | 048) $f(x) = \sin(\cos \ln \sqrt{x})$ |
| 049) $f(x) = \ln \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}}$ | 050) $f(x) = \arctan \sqrt{\arctan x}$ | 051) $f(x) = \arctan\left(\frac{\tan x}{2}\right)$ |
| 052) $f(x) = \sinh(\cosh e^x)$ | 053) $f(x) = \tanh[\sinh(\sin x)]$ | 054) $f(x) = \cosh[\tanh(\ln x)]$ |
| 055) $f(x) = e^{\sinh x}$ | 056) $f(x) = \ln \tanh(\ln x)$ | 057) $f(x) = \cosh(\arccos x)$ |
| 058) $f(x) = \arcsin(\sinh e^x)$ | 059) $f(x) = \sin(\cosh \sqrt{x})$ | 060) $f(x) = \tan(\tanh \sqrt{\ln x})$ |

061~124) Calcular os limites dos exercícios 021 a 084 da lista 2 usando a regra de l' Hospital (quando possível).

Calcular os seguintes limites usando a regra de l'Hospital.

- 125) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2 \sin x}$ 126) $\lim_{x \rightarrow 1^-} x^{\frac{\pi}{1-x}}$ 127) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^{\frac{3}{\ln x}}$ 128) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^{\sin(3x)}$
- 129) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e}{x}\right)^{\tan x}$ 130) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^{666}}$ 131) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^\pi)}{\sqrt[3]{x}}$ 132) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot x \arcsin x$
- 133) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (1-x^2) \tan \frac{\pi x}{2}$ 134) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{666} e^{-x}$ 135) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{x^2}}$ 136) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot x (\cos x - 1)$
- 137) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x-1) \ln x$ 138) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{2}{x}}$ 139) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{2}{1+\ln x}}$ 140) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\tan \frac{\pi x}{4}\right)^{\tan \frac{\pi x}{2}}$
- 141) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{\pi}{x}}$ 142) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$ 143) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \sin x}{x^3 - \sin x}$ 144) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

Calcular a derivada das seguintes funções

- 145) $f(x) = x^x$ 146) $f(x) = x^{x^x}$ 147) $f(x) = 2^x$ 148) $f(x) = x^{\frac{2}{x}}$
- 149) $f(x) = x^{\sqrt[3]{x}}$ 150) $f(x) = (1+x^{-1})^x$ 151) $f(x) = (\tan x)^{\cos x}$ 152) $f(x) = x^{\arctan x}$
- 153) $f(x) = \pi^{\sinh x}$ 154) $f(x) = (\tanh x)^{\tanh x}$ 155) $f(x) = (\sinh x)^{\arcsin x}$ 156) $f(x) = x^{\sin x}$
- 157) $f(x) = \pi^{\pi^x}$ 158) $f(x) = (\sin x)^{(\cos x)^x}$ 159) $f(x) = (\tanh x)^{\sqrt{\tanh x}}$ 160) $f(x) = x^{2^{x-\sqrt{x}}}$

Encontrar $\frac{dy}{dx}$.

- 161) $x = y + y^4$ 162) $x = y + \sin y$ 163) $x^2 + y^2 = 1$ 164) $e^y = x + 2y$ 165) $y^4 = \frac{x+y}{x-y}$
- 166) $\tan x = xy$ 167) $\arcsin(xy) = x$ 168) $\ln y = e^{xy}$ 169) $x^y = y^x + 1$ 170) $2^y = y + x$

Expandir a função f em série de Taylor no ponto a até ordem n (assuma que c seja uma constante).

- 171) $f(x) = e^x, a = 1, n = 5$ 172) $f(x) = \sin x, a = 0, n = 4$ 173) $f(x) = \tan x, a = \frac{\pi}{6}, n = 6$
- 174) $f(x) = \cos x, a = 0, n = 5$ 175) $f(x) = \sqrt{x}, a = 1, n = 6$ 176) $f(x) = \cosh x, a = 0, n = 5$
- 177) $f(x) = \frac{1}{x}, a = 1, n = 2$ 178) $f(x) = \ln x, a = 3, n = 3$ 179) $f(x) = \cos x, a = 5, n = 4$
- 180) $f(x) = \frac{1}{x+3}, a = 2, n = 3$ 181) $f(x) = \frac{x}{x+3}, a = 1, n = 5$ 182) $f(x) = \frac{2}{\sin x}, a = 2, n = 3$
- 183) $f(x) = \sin x, a = \pi, n = 4$ 184) $f(x) = e^{\sin x}, a = 0, n = 4$ 185) $f(x) = \sin(\ln x), a = e, n = 3$
- 186) $f(x) = x^{\frac{3}{2}}, a = 1, n = 4$ 187) $f(x) = x, a = c, n = 3$ 188) $f(x) = \ln x, a = e, n = 4$
- 189) $f(x) = \tan x, a = e, n = 5$ 190) $f(x) = 2^x, a = 0, n = 3$ 191) $f(x) = \tanh x, a = 1, n = 4$
- 192) $f(x) = \cosh x, a = 0, n = 5$ 193) $f(x) = c, a = c, n = 4$ 194) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}, a = c, n = 5$
- 195) $f(x) = \frac{1}{x^3}, a = e, n = 4$ 196) $f(x) = e^{\cos x}, a = 0, n = 5$ 197) $f(x) = \tanh x, a = 0, n = 5$
- 198) $f(x) = e^{x^2}, a = 0, n = 4$ 199) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, a = c, n = 5$ 200) $f(x) = \frac{1}{\cosh x}, a = 0, n = 5$